② $y'' - 2y' + 5y = e^{-2x} \cos x$

$\lambda^2 - 2\lambda + 5 = 0 \qquad \lambda = 1 \pm \sqrt{1-5} = 1 \pm 2i$

$z(x) = c_1 e^{x} \cos(2x) + c_2 e^{x} \operatorname{sen}(2x)$ soluzione dell'omogenea associata.

Cerchiamo soluzione dell'eq.

$w'' - 2w' + 5w = e^{-2x+ix} \qquad e^{-2x} \cos x = \operatorname{Re}(e^{-2x+ix})$

$w'' - 2w' + 5w = e^{(-2+i)x}$

Cerco una soluzione della forma

$w(x) = A e^{(-2+i)x}$

$w'(x) = (-2+i) A e^{(-2+i)x}$

$w''(x) = (-2+i)^2 A e^{(-2+i)x}$

$A\left[(-2+i)^2 - 2(-2+i) + 5\right] = 1 \implies A = \dfrac{1}{4-1-4i+4-2i+5} = \dfrac{1}{12-i6}$

$A = \dfrac{1}{6}\,\dfrac{1}{2-i} = \dfrac{1}{6}\,\dfrac{1}{4+1}(2+i) = \dfrac{2+i}{30}$

$\bar{y}(x) = \operatorname{Re}\left[\dfrac{2+i}{30} e^{(-2+i)x}\right] = \operatorname{Re}\left[\dfrac{e^{-2x}}{30}(2+i)(\cos x + i \operatorname{sen} x)\right]$

$\bar{y}(x) = \dfrac{e^{-2x}}{30}(2\cos x - \operatorname{sen} x)$ soluzione particolare

$\implies y(x) = c_1 e^{x} \cos 2x + c_2 e^{x} \operatorname{sen} 2x + \dfrac{e^{-2x}}{30}(2\cos x - \operatorname{sen} x)$