$f_n(x) \in C^1(\mathbb{R})$

$\sum_n f_n(x)$ converge $\Rightarrow$ La serie è derivabile termine a termine.

$\sum_n f'_n(x)$ converge tot.

(4) $\sum_n \frac{2^n+e^{-n}}{3^{2n}+n}(x-2)^n$

$x_0 = 2 \quad a_n = \frac{2^n+e^{-n}}{3^{2n}+n} \quad \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \frac{2^{n+1}+e^{-(n+1)}}{3^{2n+2}+n+1} \cdot \frac{3^{2n}+n}{2^n+e^{-2}} \xrightarrow{n\to\infty} \frac{2}{9}$

$\Rightarrow R = \frac{9}{2}$

La serie converge assolutamente per $|x-2| < 9/2$

$x \in \left(-\frac{5}{2}, \frac{13}{2}\right)$

$x = -\frac{5}{2}$

$\sum_n \frac{2^n+e^{-n}}{3^{2n}+n}(-1)^n\left(\frac{9}{2}\right)^n \qquad \frac{2^n+e^{-n}}{3^{2n}+n}\left(\frac{9}{2}\right)^n \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$

La serie non converge perché non è verificata la CN

$x = \frac{13}{2}$

$\sum_n \frac{2^n+e^{-n}}{3^{2n}+n}\left(\frac{9}{2}\right)^n$ come sopra

$\Rightarrow$ La serie converge assolutamente per $x \in \left(-5/2, \frac{13}{2}\right)$

Per le proprietà delle serie di potenze la serie converge totalmente per $|x-2| \leq r < 9/2$ oppure $x \in \left[-5/2+\delta, \frac{13}{2}-\delta\right]$ $\forall \delta > 0$