

ES 5

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2}{n^4 + 1} \frac{(x-1)^n}{3^n}$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^3 + 2(n+1)^2}{[(n+1)^4 + 1]} \frac{n^4 + 1}{n^3 + 2n^2} \frac{3^n}{3^{n+1}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3}$$

$$R = 3 \quad x_0 = 1$$

Studio di convergenza con il criterio di Leibniz

$$x-1 = 3$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2}{n^4 + 1} \frac{3^n}{3^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2}{n^4 + 1}$$

$$\frac{n^3 + 2n^2}{n^4 + 1} \sim \frac{1}{n} \quad \text{per } n \text{ grande} \Rightarrow \text{la serie non converge}$$

$$(x-1) = -3$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2}{n^4 + 1} (-1)^n$$

$$\frac{n^3 + 2n^2}{n^4 + 1} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \quad \text{per } n \text{ grande} \quad \frac{n^3 + 2n^2}{n^4 + 1} \text{ è decrescente}$$

diunque posso applicare il criterio di Leibniz

\Rightarrow la serie converge.

La serie converge assolutamente $\forall x \in (-2, 4)$

La serie converge puntualmente $\forall x \in [-2, 4)$

La serie converge totalmente (essendo una serie di potenze) in
 $[-2+\delta, 4-\delta] \quad \forall \delta > 0 \quad (\delta < 3)$