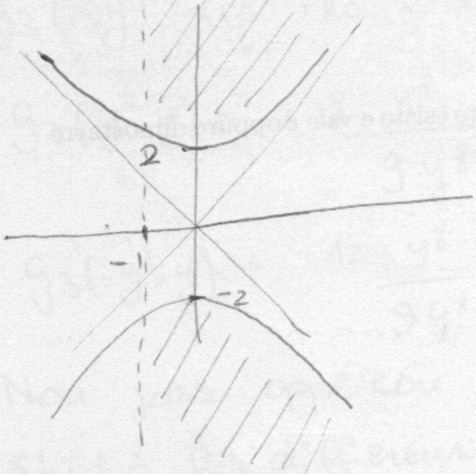
$$f(x,y) = \frac{\lg(2x+2)}{\sqrt{y^2-x^2-2}}$$

$$\begin{cases} 2x+2>0 \\ y^2-x^2-2>0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x>-1 \\ y^2 > x^2+2 \end{cases} \qquad y \in \left[-\sqrt{x^2+2}, \sqrt{x^2+2}\right]$$

$y = \sqrt{x^2+2}$ $\quad y(0) = 2 \quad y'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ in $x=0$ ho un minimo

$$\lim_{x \to \pm\infty} \sqrt{x^2+2} = +\infty$$



Insieme aperto, illimitato, non connesso.

(4) $$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^6+3y^6}{2x^2+y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^6+3y^6}{2x^2+y^4}$$

$$\left|\frac{x^6+3y^6}{2x^2+y^4}\right| = \left|\frac{x^6}{2x^2+y^4} + \frac{3y^6}{2x^2+y^4}\right| \leq \frac{x^4}{2} + 3y^2 \xrightarrow[(x,y)\to 0]{} 0$$

$\Rightarrow$ funzione continua in $(0,0)$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{6x^5}{2x^2+y^4} - 4x\,\frac{x^6+3y^6}{(2x^2+y^4)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{18y^5}{2x^2+y^4} - 4y^3\,\frac{x^6+3y^6}{(2x^2+y^4)^2}$$

le derivate però sono definite e continue su tutto $\mathbb{R}^2$ tranne in $(0,0)$.

$$\left.\frac{df(x,0)}{dx}\right|_{x=0} = \left.\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}x^4\right)\right|_{x=0} = 0 = \frac{\partial f(0,0)}{\partial x}$$

$\Rightarrow f$ è derivabile su tutto $\mathbb{R}^2$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \left.\frac{d}{dy} f(0,y)\right|_{y=0} = \left.\frac{d}{dy}\left(3y^2\right)\right|_{y=0} = 0$$