La funzione è diff. su $\mathbb{R}\setminus\{0,0\}$.

Studiamo la continuità delle derivate parziali

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{6x^5}{2x^2+y^4} - \frac{4x^7}{(2x^2+y^4)^2} - \frac{12xy^6}{(2x^2+y^4)^2} = g_1(x,y)+g_2(x,y)+g_3(x,y)$$

$$|g_1(x,y)| < 3|x|^3 \underset{x\to 0}{\longrightarrow} 0 \qquad |g_2(x,y)| \leq |x|^3 \underset{x\to 0}{\longrightarrow} 0$$

$g_3(x,y)$ non ha limite infatti

$$g_3(y^2,y) = -12\frac{y^8}{9y^8} = -\frac{4}{3}$$

$$g_3(-y^2,y) = 12\frac{y^8}{9y^8} = +\frac{4}{3}$$

Non posso applicare la condizione sufficiente.

Studio la differenziabilità in $(0,0)$ devo studiare limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^6+3y^6}{2x^2+y^4}\cdot\frac{1}{(x^2+y^2)^{1/2}} \Rightarrow \lim_{(h,k)\to(0,0)} \frac{f(x_0+h,x_0+k)-f(x_0,y_0)-f_x(x_0)h-f_y(x_0)k}{\sqrt{h^2+k^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x^6}{(2x^2+y^4)(x^2+y^2)^{1/2}} + \frac{3y^6}{(2x^2+y^4)(x^2+y^2)^{1/2}} = f_1(x,y)+f_2(x,y)$$

$$|f_1(x,y)| \leq \frac{|x|^3}{2} \underset{x\to 0}{\longrightarrow} 0 \qquad |f_2(x,y)| \leq 3|y| \underset{y\to 0}{\longrightarrow} 0$$

$\Rightarrow$ la funzione è differenziabile in tutto $\mathbb{R}$

$z=0$ eq. del piano tangente

N.B. Potevo anche studiare la differenziabilità direttamente ~~~~ in $(0,0)$