

$$f(x,y) = (x-2)^2 \cdot (x^2 - y^2 - 4)$$

$$f \in C^0(\mathbb{R}^2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 2(x-2)(x^2 - y^2 - 4) + 2x(x-2)^2 = 2(x-2)(2x^2 - 2x - y^2 - 4) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = -2y(x-2)^2 = 0 \end{cases}$$

$$y=0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=2 \\ 2x^2 - 2x - 4 = 0 \quad x^2 - x - 2 = 0 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \\ x = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$P_1(2,0)$$

$$P_2(-1,0)$$

Tutti critici

$$\Rightarrow (-1,0) \quad (2, y_0) \quad y_0 \in \mathbb{R}$$

$x=2$ tutta la retta pti critici

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2(2x^2 - 2x - y^2 - 4) + 2(x-2)(4x-2)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -2(x-2)^2 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -4y(x-2)$$

$$H_f(-1,0) = \begin{pmatrix} 2(-3) - 6 & 0 \\ 0 & -2(-3)^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 0 \\ 0 & -18 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{INDEFINITA} \\ \Rightarrow (-1,0) \\ \text{SELLA} \end{array}$$

$$H_f(2, y_0) = \begin{pmatrix} -2y_0^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Non posso dire nulla.
Devo studiare l'incremento della funzione, $f(2, y_0) = 0 \Rightarrow$ devo studiare il segno di $f(x,y)$ vicino a $(2, y_0)$

$$f(x,y) > 0 \Leftrightarrow x^2 - y^2 - 4 > 0$$

$$y^2 \leq x^2 - 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4} \leq y \leq \sqrt{x^2 - 4}$$

$(2,0)$ PTO SELLA

$(2, y_0) \quad y_0 \neq 0$ Pti di MIN.

