

Probabilità e Statistica con Applicazioni all'Idrologia
Probabilità e Statistica
II Parziale 2.5.2012

Esercizio 1

Per raggiungere Grenoble (Francia) da Torino ci sono due strade. La prima connette direttamente Torino con Grenoble mentre la seconda passa a Chambéry. In inverno a causa di condizioni meteo estreme andare da Torino a Grenoble non è sempre possibile perché alcuni tratti dell'autostrada non sono aperti al traffico. Indichiamo con A, B, C gli eventi che l'autostrada da Torino a Grenoble, da Torino a Chambéry, e da Chambéry a Grenoble sia aperta, rispettivamente. Prima di guidare da Torino a Grenoble un viaggiatore ritiene opportuno ascoltare le previsioni meteo del giorno seguente. Se è prevista neve sulle alpi (sulla base dei dati raccolti in passato) si può assumere che $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.7$, $P(C) = 0.4$, $P(C|B) = 0.5$ e $P(A|B \cap C) = 0.4$.

- a) Qual'è la probabilità che il viaggiatore raggiunge Grenoble?
- b) Qual'è la probabilità che il viaggiatore raggiunge Grenoble passando da Chambéry?
- c) Quale strada deve scegliere per massimizzare la probabilità di raggiungere Grenoble?

Esercizio 2

Sia X una variabile casuale continua con densità

$$f(x) = \begin{cases} c(4x - 2x^2) & \text{se } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- a) trovare il valore di c affinché $f(x)$ sia una densità di probabilità (ricorda che $F(+\infty) = 1$); calcolare la funzione di ripartizione $F(x)$.
- b) calcolare il valor medio e la varianza di X ;
- c) calcolare $P(X = -3)$, $P(-2 \leq X \leq 1)$, $P(-2 < X < 1)$ e $P(-1 \leq X \leq 1)$.

Esercizio 3

Il tempo di rottura T di un dispositivo ha una distribuzione esponenziale spostata

$$f_T(t, t_0, \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(t-t_0)} & \text{se } t \geq t_0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}.$$

- a) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per λ assumendo t_0 noto.
- b) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per t_0 assumendo λ noto.
- c) Determinare gli stimatori di massima verosimiglianza per entrambi λ e t_0 assumendo che entrambi siano ignoti.

Esercizio 4

Il tempo (in secondi) in cui 300 onde percorrono un tratto di mare dentro un porto in una giornata di tempesta sono riportati in tabella

tempo t	numero
$t < 100$	121
$100 \leq t < 200$	78
$200 \leq t < 300$	43
$t \geq 300$	58

Supponiamo che il tempo di percorrenza T abbia una distribuzione esponenziale con media $1/\lambda = 200$. I dati raccolti sono in accordo al 5% con questa ipotesi?