

## Probabilità e Statistica 6 CFU

II Parte 8.6.2009

**Esercizio 1** L'esame per diventare maghi consiste nel trasformare un fazzoletto in una colomba. Si hanno 5 prove con 5 fazzoletti diversi. Si passa l'esame se si riesce a trasformare almeno 3 fazzoletti in colombe. La probabilità che si riesca a trasformare un fazzoletto in colomba è pari a  $2/3$  se il fazzoletto è bianco e  $1/3$  se il fazzoletto è nero. I 5 fazzoletti sono scelti bianchi o neri con probabilità  $1/2$  indipendentemente uno dall'altro.

- determinare la probabilità  $p$  di trasformare un fazzoletto in colomba;
- sia  $X$  la variabile casuale che indica il numero fazzoletti trasformati in colombe su 5 prove determinare la probabilità di superare l'esame;
- determinare la probabilità che tutti i fazzoletti siano neri sapendo che l'esame è stato superato.

**Esercizio 2** Sia  $X$  una variabile casuale continua con densità

$$f(x) = \begin{cases} cx & \text{se } 2 < x < 3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- trovare il valore di  $c$  affinché  $f(x)$  sia una densità di probabilità (ricorda che  $F(+\infty) = 1$ );
- calcolare il valor medio e la varianza di  $X$ ;
- calcolare la funzione di distribuzione di  $X$ ,  $P(X = 1)$  e  $P(-1 \leq X \leq 3)$ ,  $P(-1 < X < 3)$ .

**Esercizio 3** Il numero di persone  $X$  che si presentano in uno studio medico in  $n = 44$  giornate scelte a caso è stato

1 0 2 4 3 5 2 5 0 1 3 0 2 4 3 6 2 5 0 4 3 4

0 2 4 3 6 3 5 0 1 3 0 2 4 3 5 2 5 0 1 4 3 1

- Se  $X$  è una variabile casuale, si può dire al 5% che  $X$  segue una distribuzione di Poisson?
- Calcolare la probabilità che si presentano più di 2 persone.

**Esercizio 4** Determinare al 95% l'intervallo di confidenza per il valore medio  $\mu$  per una distribuzione normale con  $\sigma = 5$  usando un campione di  $n = 105$  valori con media  $\bar{x} = 4$ . Calcolare quanto deve essere grande il campione affinché la lunghezza dell'intervallo di confidenza sia  $L = 0.6$