

Esercizio 1

Un'agenzia di viaggi ha organizzato un soggiorno a Roma per tre giorni. Si sono iscritte 50 persone: 10 hanno scelto l'hotel a 5 stelle, 20 l'hotel a 3 stelle e 20 l'hotel a 1 stella. Il costo del soggiorno è di 1000 euro per l'hotel a 5 stelle, 500 euro per l'hotel a 3 stelle e 300 euro per l'hotel ad 1 stella. In caso di disdetta della prenotazione bisogna pagare metà del costo del soggiorno come penale. Si assuma che le persone decidano indipendentemente se annullare o meno il viaggio e che il cliente che ha scelto l'hotel a 5 stelle annulla il viaggio con probabilità $1/10$, quello che ha scelto l'hotel a 3 stelle con probabilità $1/10$ e quello che ha scelto l'hotel ad 1 stella con probabilità $1/20$. Indichiamo con X_1 il numero di persone che andranno a Roma e alloggeranno nell'hotel a 5 stelle, X_2 il numero di persone che andranno a Roma e alloggeranno nell'hotel a 3 stelle, X_3 il numero di persone che andranno a Roma e alloggeranno nell'hotel ad 1 stella;

- determinare la distribuzione di X_1 , X_2 , X_3 ed il loro valore medio;
- determinare il valore medio del numero totale di clienti che si presume andranno a Roma
- (*facoltativa*) determinare il valore medio del guadagno.

Esercizio 2

Sia X una variabile aleatoria continua di densità

$$f(x, \theta) = \frac{1}{2} e^{-|x-\theta|} \quad x \in \mathbb{R}, \theta \in \mathbb{R}$$

- calcolare $E(X)$;
- calcolare $Var(X)$.
- calcolare $P(X = \theta)$ e $P(X > \theta)$.

Esercizio 3

Un particolare tipo di materiale per costruzioni è prodotto in un gran numero di stabilimenti. La proporzione X di materiale difettoso può essere modellata come una variabile aleatoria continua con densità ($\theta > 0$)

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{\frac{1}{\theta}-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- Determinare uno stimatore di θ usando il metodo dei momenti
- Determinare uno stimatore di θ usando il metodo della massima verosimiglianza

Esercizio 4

Il numero π scritto in forma decimale contiene nelle prime 10002 posizioni dopo il punto decimale le cifre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rispettivamente

968, 1026, 1021, 974, 1014, 1046, 1021, 970, 948, 1014

Sulla base di questi dati, ritenete che nella rappresentazione decimale di π le cifre 0, 1, \dots , 9 dopo il punto decimale siano uniformemente distribuite al 5%?