

Probabilità e Statistica 6 CFU

II Parte 11.5.2009

Esercizio 1 Una moneta è truccata in modo che la probabilità di avere testa è $\frac{1}{4}$ della probabilità di avere croce. Si lancia la moneta ripetutamente e siano X la variabile casuale che indica il numero di volte che è uscito testa nei primi 8 lanci, T la variabile casuale che indica il numero di lanci necessari per ottenere testa la prima volta,

a) calcolare la funzione di probabilità ($f(x)$) di X ;

b) calcolare $P(X = 3)$ e $P(T = 6)$;

c) calcolare $P(X = 3 \mid T = 6)$;

d) calcolare $P(T = 6 \mid X = 3)$.

Esercizio 2 Sia X una variabile casuale continua con densità

$$f(x) = \begin{cases} mx + \frac{1}{6} & \text{se } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

a) trovare il valore di m affinché $f(x)$ sia una densità di probabilità (ricorda che $F(+\infty) = 1$);

b) calcolare il valor medio di X ;

c) calcolare la funzione di distribuzione di X , $P(X = 1)$ e $P(-1 \leq x \leq 1)$.

Esercizio 3 Assumendo che la popolazione da cui il seguente campione della quantità di potassio in un litro di acqua minerale (in mg/L) sia normale

32 33 32 34 33 34 32 31 33 30

a) stimare con il metodo della massima verosimiglianza il valor medio μ e la varianza σ^2 della popolazione;

b) determinare al 99% l'intervallo di confidenza per μ e σ^2 .

Esercizio 4 Lanciando 100 volte due monete M1 e M2 separatamente si sono ottenuti i seguenti risultati: per la moneta M1 43 volte testa, per la moneta M2 52 volte testa. Quale delle due monete è onesta al 5%?

I