

Probabilità e Statistica con Applicazioni all'Idrologia

II parte 12.6.2012

Esercizio 1

Gli acquirenti che comprano un certo modello di macchina possono ordinare un modello tra tre possibili. Di tutte le macchine vendute, il 45% ha il motore più piccolo, il 35% ha il motore medio, il 20% ha il motore più grande. Delle macchine con il motore più piccolo, il 10% non ha superato il test basato sull'emissione effettuato nei due anni successivi alla vendita, mentre il 12% di quelle con motore di media grandezza e il 15% di quelle con il motore più grande non hanno superato lo stesso test.

a) Qualè la probabilità che una macchina scelta a caso non superi il test basato sull'emissione effettuato nei due anni successivi alla vendita?

b) Dato che una macchina non ha superato il test sull'emissione, qual'è la probabilità che abbia il motore più grande o medio?

Esercizio 2

Un componente di lamiera viene forato e successivamente viene inserito un albero nel foro prodotto. Il gioco di accoppiamento è pari alla differenza tra il raggio del foro e il raggio dell'albero. Sia X la variabile casuale che indica questo gioco, in millimetri. La funzione densità di probabilità è

$$f(x) = \begin{cases} 1.25(1 - x^4) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Le componenti con gioco più grande 0.8 mm vengono scartate.

a) Calcolare la funzione di ripartizione.

b) Calcolare la proporzione di componenti scartate e determinare la probabilità che il gioco dell'albero sia inferiore a 0.5 mm.

c) Calcolare la media e la varianza del gioco.

Esercizio 3

Sia X una variabile casuale continua con densità di probabilità data da

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2} & \text{for } 0 \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Basandosi su un campione di taglia n :

a) Determinare lo stimatore di θ con il metodo dei momenti e con il metodo della massima verosimiglianza.

b) Dire quale dei due è migliore e perché.

Esercizio 4

La registrazione degli incidenti di 7842 guidatori in California è data nella tavola seguente

# incidenti	0	1	2	3	4	5	> 5	totale
# guidatori	5147	1859	595	167	54	14	6	7842

Sulla base dei valori di questo campione, verificare l'ipotesi che X , il numero di incidenti in sei anni per guidatore, è distribuito secondo Poisson con media $\lambda = 0.08$ all'1%.