

Probabilità e Statistica con Applicazioni all'Idrologia

II parte 14.6.2011

Esercizio 1

Due sensori di un satellite vengono usati per determinare l'estensione dell'area inondata dopo un'alluvione. Il sensore A ha una affidabilità del 70%, cioè la probabilità di rivelare pixel le cui caratteristiche indicano l'inondazione è 0.7, mentre il sensore B ha un'affidabilità del 90%. Inoltre la probabilità che entrambi i sensori rivelino un pixel è 0.65.

- Determinare la probabilità che venga rivelato un pixel che indica la presenza dell'inondazione da almeno uno dei due sensori.
- Determinare la probabilità che un pixel che indica la presenza dell'inondazione sia determinato da uno solo dei due sensori.

Esercizio 2

L'intervallo di tempo X che passa tra due veicoli successivi che passano davanti ad un punto di osservazione segue una distribuzione esponenziale di parametro λ .

- Scrivere la densità di probabilità e distribuzione di probabilità di X ($f_X(x)$ e $F_X(x)$).
- Calcolare la $E(X)$ e $\text{Var}(X)$.
- Dimostrare la proprietà di perdita di memoria $P(X > x_1 + x_2 | X > x_1) = P(X > x_2)$.
- Posto $\lambda = 1.81 \text{ min}^{-1}$, qual'è la percentuale di veicoli con hanno tempo di interarrivo minore di 12 secondi?

Esercizio 3

Sia X una variabile casuale con distribuzione di Poisson di parametro μ .

- Scrivere $P(X \leq k)$ dove $k \in \mathbb{N}$.
- Calcolare $E(X)$ (usare la formula $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$).
- Calcolare lo stimatore di μ con il metodo della massima verosimiglianza.

Esercizio 4

Le particelle di polvere nell'atmosfera causano un problema ambientale. Il numero di particelle all'interno di una unità di volume viene osservato focalizzando un potente microscopio e facendo dei conteggi. I risultati dei tests su 100 volumi sono nella seguente tabella

particelle per unità di volume	0	1	2	3	4	5 (> 4)
n_i	13	24	30	18	7	8

- Usando i risultati dell'esercizio 3 calcolare la stima del parametro μ della distribuzione di Poisson.
- Usare il test del χ^2 per verificare al 5% l'ipotesi che il numero di particelle di polvere per unità di volume hanno distribuzione di Poisson.