

Probabilità e Statistica

II parte 15.7.2009

Esercizio 1

Gianni partecipa ad un concorso che consiste in 3 test con risposta multipla: un test di statistica, uno di economia ed uno fisica. Il test di statistica consiste in 10 quesiti e per ogni quesito sono proposte 3 risposte. Il test di economia consiste in 9 quesiti e per ogni quesito sono proposte 4 risposte. Il test di fisica consiste in 7 quesiti e per ogni quesito sono proposte 2 risposte. Gianni non si è preparato per il concorso e decide di svolgere i tre test scegliendo per ogni quesito la risposta completamente a caso tra quelle proposte. Definite le variabili X_1 che conta il numero complessivo di risposte corrette date da Gianni nel test di statistica, X_2 quello nel test di economia ed X_3 quello nel test di fisica, $X = X_1 + X_2 + X_3$ quello nel test completo (X_1, X_2, X_3 sono indipendenti)

- determinare la densità di probabilità ($f(x)$) di ognuna delle variabili X_1, X_2, X_3 ;
- determinare il valor medio e la varianza di X
- determinare la probabilità che Gianni abbia risposto esattamente a 0 domande nel test di statistica.
- determinare la probabilità che Gianni abbia risposto esattamente a 0 domande nel test completo (usare l'indipendenza delle variabili).

Esercizio 2

Sia X una variabile casuale continua uniforme nell'intervallo $[2, 6]$

- calcolare la densità di probabilità $f(x)$ e la funzione di ripartizione $F(x)$.
- calcolare il valor medio e la varianza di X e di $3X + 1$;
- calcolare $P(X = 4)$, $P(-1 \leq X \leq 2)$, $P(-1 \leq X < 2)$ e $P(-1 < X < 1)$.

Esercizio 3

Un'impresa vuole valutare la durata media μ delle batterie prodotte nel proprio stabilimento. In un campione casuale di 6 batterie si osservano le seguenti durate in ore

$$x_1 = 10, x_2 = 40, x_3 = 25, x_4 = 32, x_5 = 27, x_6 = 16,$$

Nell'ipotesi che il tempo di vita X di ogni singola batteria segua una distribuzione esponenziale di parametro $1/\mu$

$$f(x, \lambda) = \frac{1}{\mu} e^{-\frac{x}{\mu}} \quad x > 0$$

- calcolare il valore medio di X , determinare lo stimatore per μ con il metodo dei momenti e ricavare la stima sulla base del campione dato;
- calcolare la probabilità di avere un tempo di vita inferiore alle 9 ore.

Esercizio 4

Nel calcolare un intervallo al 99% di confidenza per la media di una normale, sulla base di 12 osservazioni è stato ricavato l'intervallo $[42.099; 48.501]$; quanto valgono media e varianza campionaria?