

# Probabilità e Statistica

II parte 15.7.2009

## Esercizio 1

Gianni partecipa ad un concorso che consiste in 3 test con risposta multipla: un test di statistica, uno di economia ed uno fisica. Il test di statistica consiste in 10 quesiti e per ogni quesito sono proposte 3 risposte. Il test di economia consiste in 9 quesiti e per ogni quesito sono proposte 4 risposte. Il test di fisica consiste in 7 quesiti e per ogni quesito sono proposte 2 risposte. Gianni non si è preparato per il concorso e decide di svolgere i tre test scegliendo per ogni quesito la risposta completamente a caso tra quelle proposte. Definite le variabili  $X_1$  che conta il numero complessivo di risposte corrette date da Gianni nel test di statistica,  $X_2$  quello nel test di economia ed  $X_3$  quello nel test di fisica,  $X = X_1 + X_2 + X_3$  quello nel test completo ( $X_1, X_2, X_3$  sono indipendenti)

- determinare la densità di probabilità ( $f(x)$ ) di ognuna delle variabili  $X_1, X_2, X_3$ ;
- determinare il valor medio e la varianza di  $X$
- determinare la probabilità che Gianni abbia risposto esattamente a 0 domande nel test di statistica.
- determinare la probabilità che Gianni abbia risposto esattamente a 0 domande nel test completo (usare l'indipendenza delle variabili).

## Esercizio 2

Sia  $X$  una variabile casuale continua uniforme nell'intervallo  $[2, 6]$

- calcolare la densità di probabilità  $f(x)$  e la funzione di ripartizione  $F(x)$ .
- calcolare il valor medio e la varianza di  $X$  e di  $3X + 1$ ;
- calcolare  $P(X = 4)$ ,  $P(-1 \leq X \leq 2)$ ,  $P(-1 \leq X < 2)$  e  $P(-1 < X < 1)$ .

## Esercizio 3

Un'impresa vuole valutare la durata media  $\mu$  delle batterie prodotte nel proprio stabilimento. In un campione casuale di 6 batterie si osservano le seguenti durate in ore

$$x_1 = 10, x_2 = 40, x_3 = 25, x_4 = 32, x_5 = 27, x_6 = 16,$$

Nell'ipotesi che il tempo do vita  $X$  di ogni singola batteria segua una distribuzione esponenziale di parametro  $1/\mu$

$$f(x, \lambda) = \frac{1}{\mu} e^{-\frac{x}{\mu}} \quad x > 0$$

- calcolare il valore medio di  $X$ , determinare lo stimatore per  $\mu$  con il metodo dei momenti e ricavare la stima sulla base del campione dato;
- calcolare la probabilità di avere un tempo di vita inferiore alle 9 ore.

## Esercizio 4

Nel calcolare un intervallo al 99% di confidenza per la media di una normale, sulla base di 12 osservazioni è stato ricavato l'intervallo  $[42.099; 48.501]$ ; quanto valgono media e varianza campionaria?