Probabilità e Statistica con Applicazioni all'Idrologia
II parte 16.5.2011

Esercizio 1

Due pompe operano in parallelo per fornire l'approvvigionamento idrico di un paese vicino ad un'area di vacanza. La domanda di acqua è sogetta a fluttuazioni settimanali e stagionali. Ogni unità ha una capacità tale che può sostenere la necessità per l'80% del tempo nel caso l'altra unità si rompa. La probabilità di rottura di ogni unità è del 10%, mentre la probabilità di rottura di entrambe contemporaneamente è del 3%. Siano $A_i = \{\text{funziona solo la pompa } i\}$ dove $i = 1, 2$, $B = \{\text{entrambe le pompe funzionano}\}$ e $C = \{\text{entrambe le pompe non funzionano}\}$.
a) Determinare la probablilità degli eventi A_1, A_2, B, C
b) Qual'è la probabilità che la necessità di acqua del paese sia soddisfatta?
c) Sapendo che la necessità di acqua del paese è soddisfatta quale è la probabilità che funzioni solo la prima pompa?

Esercizio 2

La media e la deviazione standard della resistenza alla compressione di 40 cubi di calcestruzzo sono di $\mu = 60.14$ e $\sigma = 5.05$ N/mm^2. Si assume che la resistenza alla compressione di un cubo è una variabile casuale X con distribuzione normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^{\in})$.
a) Quale valore di resistenza alla compressione è superato in 19 test su 20 (quale é il valore di X che è superato con probabilità 19/20)
b) Qual'è la probabilità che un cubo si rompa se soggetto ad una compressione di 43 N/mm^2 o meno?
c) Qual'è la probabilità che la resistenza alla compressione siano nel range 50.04−70.24 N/mm^2?

Esercizio 3

Un periodo di giorni consecutivi di pioggia è detto *wet run* se il giorno immediatamente prima ed il giorno immediatamente dopo sono secchi. Analogamente un periodo di giorni nei quali non c'è pioggia è detto *dry run* se giorni con pioggia lo precedono e lo succedono. La distribuzione di periodi bagnati e secchi è importante per
a) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per μ e ricavare la stima sulla base del campione dato (determinare lo stimatore per λ e poi ricavare lo stimatore per μ);
b) calcolare il valore medio di X e la probabilità di avere un tempo di vita inferiore alle 10 ore.

Esercizio 4

È dato un campione di $n = 30$ valori di una variabile con distribuzione normale con media campionaria $\bar{x} = 2$ e varianza campionaria $s^2 = 9$.
a) Determinare al 95% l'intervallo di confidenza per il valore medio μ con σ^2 non nota.
b) Calcolare quanto deve essere grande il campione affinché la lunghezza dell'intervallo di confidenza sia $L = 0.5$.