

Esercizio 1

Si consideri il seguente gioco a premi. Si lancia un dado onesto. Se esce un numero diverso da 6 il giocatore sceglie a caso tra 5 sacchetti identici chiusi contenenti la vincita. Le 5 vincite (associate ai 5 sacchetti) sono: 1 euro, 2 euro, 3 euro, 4 euro e -4 euro (in questo caso si tratta di una perdita). Se esce 6 il giocatore sceglie a caso tra due sacchetti identici contenenti la vincita. Le 2 vincite (associate ai due sacchetti) sono: 10 euro e -4 euro.

- a) Si indichi con X la vincita del giocatore determinare la densità discreta ($f(x)=P(X=x)$) di X , $E(X)$ e $\sigma^2(X)$.
- b) Determinare la probabilità che sia uscito 6 sapendo che il giocatore ha perso 4 euro.
- c) Ripetendo il gioco 8 volte, calcolare la probabilità che che il giocatore abbia vinto 2 euro per esattamente 5 volte.
- d) (*facoltativa*) Si ripete il gioco fino a quando non si perdono 4 euro. Definita la variabile casuale T che conta il numero di giocate effettuate fino a quella perdente calcolare $P(T = 5)$ e $P(T = k)$ dove $k \in \mathbb{N}$.

Esercizio 2

Un componente elettronico ha un tempo di funzionamento con distribuzione esponenziale di parametro 1 ($f(x) = e^{-x} x > 0$).

- a) Determinare la funzione di ripartizione, la media e la varianza della variabile aleatoria $X =$ tempo di funzionamento.
- b) Qual'è la probabilità che il componente funzioni per almeno 80 ore?
- c) Qual'è la probabilità che smetta di funzionare entro le 90 ore?

Esercizio 3

Una moneta truccata viene lanciata fino a che non esce testa la prima volta. Sia p , $0 < p < 1$ la probabilità di avere testa. La variabile casuale X che conta il numero di lanci necessari affinché esca testa la prima volta, ha distribuzione geometrica: $P(X = k) = p(1 - p)^{k-1}$ dove $k \in \mathbb{N}$. Calcolare con il metodo della massima verosimiglianza lo stimatore del parametro p della distribuzione di X .

Esercizio 4

La roulette consiste in un disco diviso in 37 settori numerati da 0 a 36. Un giocatore per verificare che sia onesta definisce una variabile casuale X che assume il valore 1 se esce un numero pari, il valore -1 se esce un numero dispari ed il valore 0 se esce 0. Annota poi la seguente tabella dopo aver assistito a 100 lanci.

| valori di X | n_i |
|---------------|-------|
| 1 | 48 |
| 0 | 3 |
| -1 | 49 |

Dire se al 5% la roulette è onesta.