Probabilità e Statistica

II parte 23.6.2009

Esercizio 1

Da un'urna contenente 10 palline numerate da 1 a 10 si estraggono 3 palline una dopo l'altra e senza rimpiazzo. Si considerino i seguenti eventi:
E="le prime 2 palline hanno numeri pari" F="la prima pallina ha un numero dispari"
a) calcolare le probabilità $P(E)$ e $P(F)$ e dire se E ed F sono indipendenti.
Dopo aver rimesso dentro le tre palline estratte, si lancia una moneta onesta e si aggiunge una pallina con il numero 11 se esce testa, una pallina con il numero 12 se esce croce, si fanno poi tre estrazioni senza rimpiazzo. Defınti gli eventi E ed F come sopra
b) calcolare le probabilità $P(E)$ e $P(F)$
c) calcolare la probabilità che vengano estratte 4 palline pari;

Esercizio 2

Sia X una variabile casuale continua uniforme nell'intervallo $[1, 4]$
a) calcolare la densità di probabilità $f(x)$ e la funzione di ripartizione $F(x)$.
b) calcolare il valor medio e la varianza di X e di $2X + 4$;
c) calcolare $P(X = 4)$, $P(-1 \leq X \leq 2)$, $P(-1 \leq X < 2)$ e $P(-1 < X < 1)$.

Esercizio 3

Un'impresa vuole valutare la durata media μ delle batterie prodotte nel proprio stabilimento. In un campione casuale di 6 batterie si osservano le seguenti durate in ore

$$x_1 = 10,\ x_2 = 40,\ x_3 = 25,\ x_4 = 32,\ x_5 = 27,\ x_6 = 16,$$

Nell'ipotesi che il tempo do vita X di ogni singola batteria segua una distribuzione esponenziale di parametro $\lambda = 1/\mu$

$$f(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad x > 0$$

a) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per μ e ricavare la stima sulla base del campione dato (determinare lo stimatore per λ e poi ricavare lo stimatore per μ);
b) calcolare il valore medio di X e la probabilità di avere un tempo di vita inferiore alle 10 ore.

Esercizio 4

È dato un campione di $n = 30$ valori di un carattere con distribuzione normale con media campionaria $\bar{x} = 2$ e varianza campionaria $s^2 = 9$.
a) Determinare al 95% l'intervallo di confidenza per il valore medio μ con σ^2 non nota.
b) Calcolare quanto deve essere grande il campione affinché la lunghezza dell'intervallo di confidenza sia $L = 0.5$.