

Probabilità e Statistica con Applicazioni all'Idrologia
Probabilità e Statistica
II parte 26.6.2012

Esercizio 1

Una particolare analisi del terreno è efficace al 99% nell'individuare la presenza di un certo elemento chimico quando esso è presente. Si possono però verificare dei *falsi positivi* con probabilità dell'1% (ovvero un terreno che non ha tale componente che viene sottoposto al test con probabilità di 0.01 risulta erroneamente che abbia l'elemento in questione). Se la presenza di questo elemento su una particolare area è dello 0.5%:

- a) qual'è la probabilità che il risultato dell'analisi è positivo?
- b) qual'è la probabilità che in un terreno si trovi l'elemento, condizionata al fatto che le analisi abbiano esito positivo?

Esercizio 2

Il livello di impurezza (in percentuale) nel prodotto di un certo processo chimico è una variabile casuale con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{64}x^2(4-x) & 0 < x < 4 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- a) Calcolare la funzione di ripartizione.
- b) Calcolare la probabilità che il livello di impurezza sia maggiore del 3%.
- c) Calcolare la probabilità che il livello di impurezza sia tra il 2% ed il 3%.
- d) Calcolare il valore medio e la varianza del livello di impurezza.

Esercizio 3

Sia X una variabile casuale continua con densità di probabilità data da

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}} & \text{for } x \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Basandosi su un campione di taglia n :

- a) Determinare lo stimatore di θ con il metodo dei momenti e con il metodo della massima verosimiglianza.
- b) Dire quale dei due è migliore e perché.

Esercizio 4

Il passaggio di veicoli su un ponte viene registrato. In particolare viene contato il numero di veicoli che passano in intervalli di tempo di un minuto per un periodo totale di 106 minuti.

# veicoli per mn	$0 \leq x < 5$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	$x \geq 14$	totale
# di eventi	9	7	13	12	8	9	13	10	5	6	14	106

Sulla base dei valori di questo campione, verificare l'ipotesi che la distribuzione di Poisson è appropriata per X , il numero di passaggi al minuto al'5%.