

Probabilità e Statistica con Applicazioni all'Idrologia

II parte 28.6.2011

Esercizio 1

Un satellite manda le informazioni metereologiche attraverso un codice binario 0,1, ed è soggetto ad errori di trasmissione. In particolare sappiamo che quando viene trasmesso un 1 il codice arriva correttamente nell'80% dei casi, mentre quando viene trasmesso uno 0 il codice arriva correttamente nel 90% dei casi. Sapendo che i messaggi trasmessi contengono il 70% di di 0, calcolare la probabilità che

- sia stato ricevuto un 1;
- sia stato trasmesso uno 0 dato che è stato ricevuto un 1;
- sia stato trasmesso 1 dato che è stato ricevuto un 1.

Esercizio 2

Un ponte che deve essere costruito su un fiume è progettato in modo da essere sostenuto alle due estremità e da un pilastro centrale. Benchè il progetto permette degli aggiustamenti delle fondamenta l'ingegnere vuole tenerli nei limiti. Assumiamo che gli aggiustamenti delle due estremità del ponte e del pilastro centrale abbiano ognuno una distribuzione normale. Siano X_1 l'aggiustamento della prima estremità, X_2 quello del pilastro centrale ed X_3 quella della seconda estremità, $X_1, X_3 \sim \mathcal{N}(3, 1)$ e $X_2 \sim \mathcal{N}(5, 2.25)$. Assumiamo anche che le tre variabili siano indipendenti.

- Calcolare la probabilità che tutti gli aggiustamenti siano sotto 7.5 cm.
- Calcolare la probabilità che il massimo degli aggiustamenti si maggiore di 7.5.
- Calcolare $E(X_1 + X_2 + X_3)$ e $\text{Var}(X_1 + X_2 + X_3)$
- Calcolare il massimo valore dell'aggiustamento del pilone centrale di cui l'ingegnere deve tener conto sulla base del fatto che venga superato con una probabilità di 0.0001.

Esercizio 3

Sia X una variabile casuale con distribuzione binomiale di parametri m, p : $X \sim \mathcal{B}(m, p)$

- Determinare l'insieme N dei possibili valori della vaiaabile e scrivere $P(X = k)$ per $k \in N$.
- Calcolare $E(X)$ (usare la formula $\sum_{j=0}^m \binom{m}{j} a^j b^{m-j} = (a + b)^m$).
- Fare un esempio in cui si usa una variabile casuale con distribuzione binomiale.
- Ricordando che $\text{Var}(X) = mp(1 - p)$, calcolare gli stimatori di m e p con il metodo dei momenti.

Esercizio 4

La media e la deviazione standard della resistenza alla compressione di 40 cubi di prova di calcestruzzo sono 60.14 e 5.02 N/mm², rispettivamente. Assumiamo anche che la resistenza alla compressione sia distribuita in modo normale.

- Calcolare al 95% l'intervallo di confidenza per il valore medio.
- Se il livello di confidenza fosse 99%, l'intervallo di confidenza sarebbe più o meno ampio di quello cacolato al punto a)? Perché?