

ATTIVITÀ SCIENTIFICA di Stefano Di Gennaro

L'attività di ricerca si inquadra nel contesto del controllo non lineare, ed è stata svolta seguendo le linee dei più recenti sviluppi nel settore, sia con aspetti metodologici che applicativi. Essa è iniziata con studi dei sistemi ad eventi discreti ed ibridi, e di tecniche di controllo digitale. Da un punto di vista applicativo, sono state considerate della teoria del controllo a settori ingegneristicamente importanti, quali quello aerospaziale ed elettrotecnico.

Più in dettaglio l'attività di ricerca ha avuto per oggetto i seguenti temi teorici:

- **sistemi ad eventi discreti e sistemi ibridi;**
- **regolazione di sistemi tempo–discreto e tempo–continuo sottoposti a campionamento;**

e temi applicativi della teoria del controllo non lineare nei seguenti settori:

- **strutture spaziali;**
- **motori elettrici.**

Tale attività scientifica è stata sviluppata in collaborazione con colleghi della propria e di altre Università, e nel quadro di collaborazioni di carattere internazionale con persone del

- Laboratoire des Signaux et Systèmes del C.N.R.S., Parigi (la Prof.ssa Dorothee Normand-Cyrot);
- Department of Electrical Engineering del Far Eastern State University di Vladivostok (il Prof. Alexander Dyda);
- Department of Electrical Engineering dell'Università di Princeton (i Proff. Peter Ramadge e Sanjeev Kulkarni);
- Centro de Investigacion y de Estudios Avanzados del I.P.N. di Guadalajara, Messico (il Prof. Bernardino Castillo);
- Department of Electrical Engineering and Computer Science dell'University of Berkeley (il Prof. Alberto Sangiovanni-Vincentelli).

Nel seguito vengono riassunti, per argomento, i risultati principali ottenuti in tale attività (l'asterisco indica gli articoli presentati all'attenzione della commissione).

Sistemi ad eventi discreti e sistemi ibridi

- [I4]* S. Di Gennaro, C. Horn, S. R. Kulkarni e P. J. Ramadge, Reduction of Timed Hybrid Systems, *Discrete Event Dynamic Systems: Theory & Applications*, Vol.8, No. 4, pp. 343–351, 1998.
- [C3] S. Di Gennaro e S. Monaco, On supervisor reduction in the control of discrete event dynamical system, *Atti del Nonlinear Control System Design Symposium*, pp. 465–470, 1992.
- [C6] E. De Santis e S. Di Gennaro, A representation of discrete event dynamical systems, *Atti del 32^a IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1176–1181, 1993.
- [C8] S. Di Gennaro, Control of Interconnected Manufacturing Cells, *Atti del IEEE 1994 International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, IECON '94*, pp.1544–1549, 1994.
- [C9] S. Di Gennaro, On the Structural Properties of Discrete Event Dynamic Systems, *Atti del IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, SMC-94*, pp. 1018–1023, San Antonio, TX, USA, 2–5 October, 1994.
- [C11] S. Di Gennaro, C. Horn, S. R. Kulkarni e P. J. Ramadge, Reduction of Timed Hybrid Systems, *Atti del 33^a IEEE Conference on Decision and Control*, Lake Buena Vista, FL, USA, pp. 4215–422, 14–16 December, 1994.

- [C26] M. Broucke, M.D. Di Benedetto, S. Di Gennaro and A. Sangiovanni-Vincentelli, Theory of Optimal Control Using Bisimulations, *Proceedings of the 3th International Workshop, HSCC 2000*, in Lecture Notes in Computer Science, vol. 1790, N. Lynch and B. Krogh Eds., Hybrid Systems: Computation and Control, Springer, Berlin, 2000.
- [C28] M. Broucke, M.D. Di Benedetto, S. Di Gennaro and A. Sangiovanni-Vincentelli, Optimal Control Using Bisimulations: Implementation, *Proceedings of the 4th International Workshop, HSCC 2001*, Rome, Italy, March 2001, pp. 175–188, in Lecture Notes in Computer Science, vol. 2034, M. D. Di Benedetto and A. Sangiovanni–Vincentelli Eds., Hybrid Systems: Computation and Control, Springer, Berlin, 2001.

A partire dalla seconda metà degli anni '80 c'è stato un nuovo interesse nello studio dei sistemi ad eventi discreti, grazie ai lavori di Ramadge e Wonham, che hanno tentato di porre su basi più formali la teoria di tali sistemi che, molto studiati in precedenza, risentivano del fatto di essere stati trattati in settori tra loro così diversi. Nel momento iniziava la mia attività di ricerca tale approccio di tipo logico–formale si presentava come molto promettente. Infatti i sistemi ad eventi discreti ed ibridi permettono di modellare sistemi che altrimenti non sarebbero modellabili mediante equazioni differenziali o alle differenze, ovvero sistemi che è più opportuno modellare per mezzo di automi in cui fondamentale è il concetto di evento. Possono dunque modellare le connessioni di sistemi fisici con sistemi di calcolo digitale e quelli di gestione e supervisione di sistemi complessi, etc., tutti sistemi ibridi di forte interesse nella teoria e nelle applicazioni.

In tale ambito le linee di ricerca seguite sono state: 1) le rappresentazioni associabili a un sistema ad eventi discreti, le sue proprietà strutturali, la riduzione del controllore ad esso associato, e applicazioni a sistemi flessibili di lavorazione; 2) la riduzione di sistemi ibridi a macchine a stati finiti per la verifica formale di problemi di controllo.

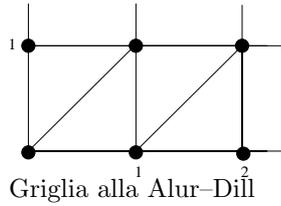
Il contributo più importante nell'attività di ricerca relativa ai sistemi ibridi riguarda il problema della riduzione di un sistema ibrido ([C11], [I4]). Tale problema è correlato a quello della verifica formale dell'azione di controllo, ossia della verifica formale che il sistema ibrido esibisca un desiderato comportamento. Tale problema è (come si suol dire) decidibile se è possibile associare al sistema ibrido un automa a stati finiti che mimi (abbia lo stesso comportamento) il sistema di partenza; questo consente la verifica formale delle proprietà di un sistema continuo/discreto in cui la controeazione è realizzata mediante un codice di calcolo (macchina a stati finiti).

La classe di sistemi ibridi che è stata considerata è quella degli automi temporizzati \mathcal{H} , che sono sistemi ibridi in cui la componente continua consiste in un insieme finito di integratori (“orologi”, $\dot{x} = 1$), assieme a un insieme di operatori di proiezione P dello stato, mentre la componente ad eventi discreti è costituita da un automa a stati finiti \mathcal{A} .

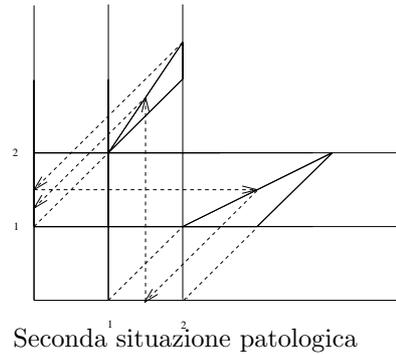
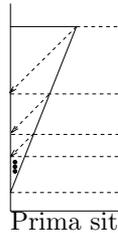
Si considera una partizione finita π dello spazio di stato \mathbb{R}^n ; ogni transizione di \mathcal{A} è abilitata (permessa) se lo stato continuo x appartiene a elementi specifici di π . Lo stato x evolve lungo una retta finché, giunto in una certa regione di π , viene abilitata una transizione (azione della dinamica continua su quella ad eventi discreti). Se essa avviene lo stato dopo la transizione è proiettato in $P_J(x)$, ove J è l'insieme delle componenti dello stato che vengono proiettate (azione della dinamica ad eventi discreti su quella continua).

Ad \mathcal{H} può essere associato un linguaggio, ossia sequenze di transizioni (etichettate da simboli α di un alfabeto Σ). Esse soddisfano una condizione di “accettazione” della sequenza (durante lo svolgersi della sequenza di transizioni, vengono “visitati infinitamente spesso” gli stati finali Q_B di \mathcal{A} – automi di Büchi). Tale linguaggio caratterizza dunque l'insieme di controlli accettabili dal sistema. Se accade che tale linguaggio di \mathcal{H} è regolare (ossia generabile da un automa a stati finiti \mathcal{D}), si può rispondere ad esempio a problemi di verifica formale.

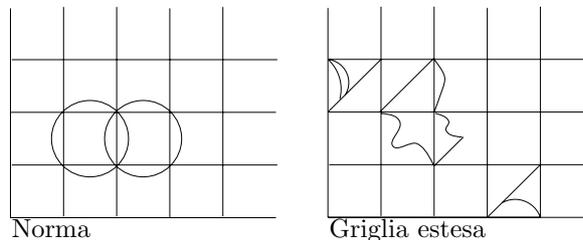
Si è qui interessati a particolari partizioni di \mathbb{R}^n dette congruenze, che godono della proprietà che tutti gli stati della stessa classe di equivalenza evolvono (lungo il flusso) o vengono proiettati (da un fissato P_J generico) in una stessa classe di equivalenza. Il caso $n = 2$ e con congruenze di tipo “a griglia” rettangolare era stato già trattato in letteratura (Alur–Dill).



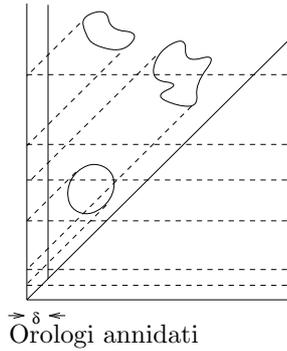
Nei lavori [C11], [I4], svolti in collaborazione con il Proff. Ramadge e Kulkarni del Department of Electrical Engineering dell'Università di Princeton, tale risultato viene esteso al caso n qualsiasi e per partizioni di tipo più generico. Vengono date condizioni sotto le quali \mathcal{H} ammette una riduzione ad un automa a stati finiti, condizioni date in termini di struttura della partizione π . Più precisamente vengono date condizioni sotto le quali non può esistere una congruenza finita, introducendo la nozione di punti critici rispetto alle proiezioni. Un punto è critico se i punti di un suo intorno vengono proiettati rispetto al flusso inverso e da P_j in classi di equivalenza diversi. È ovvio che la loro presenza induce un raffinamento della partizione di partenza (nel senso che il numero di classi di equivalenza è più grande, e la nuova partizione gode delle stesse proprietà della partizione di partenza – v. figura precedente). Un risultato interessante è che se durante tale processo di raffinamento si determinano punti critici le cui componenti non sono razionalmente correlate, allora non si può avere una congruenza finita. Ciò costituisce una condizione necessaria perché esista una riduzione finita. Questa non è però una condizione sufficiente, come mostrano alcuni esempi che mettono in luce particolari situazioni patologiche.



Vengono inoltre fornite delle condizioni sufficienti perché esista una congruenza finita. Le griglie razionali vengono estese a partizioni determinate da arbitrarie superficie, tali però da rispettare le proprietà della sottostante griglia rettangolare e la congruenza rispetto al flusso e alle proiezioni. Se allora π è una tale partizione a griglia razionale estesa, esiste una congruenza finita che raffina π . Questo arricchimento del tipo di superficie che, per così dire, possono essere “costruite” sulla partizione a griglia di partenza, consente di costruire delle regioni di abilitazione delle transizioni più generiche, come ad esempio quelle legate a specifiche sulla norma di x .



Un altro tipo di partizione, più generale della precedente, che ammette una riduzione finita è quella che rispetta la proprietà di “ordinamento degli orologi” e che, per tale motivo, è stata chiamata “ad orologi annidati”.



In particolare questa linea di ricerca è nata da una collaborazione persone del Department of Electrical Engineering dell'Università di Princeton (Proff. Ramadge e Kulkarni). Attualmente il lavoro sulle tematiche del controllo ibrido si svolge in collaborazione con gruppi di ricerca di Roma (Prof. Monaco), di L'Aquila (Prof. Di Benedetto) e dell'università di Berkeley (Prof. Sangiovanni-Vincentelli), e riguarda tematiche inerenti il controllo ottimo per sistemi ibridi e il controllo da misure quantizzate.

Per quel che riguarda lo studio dei sistemi ad eventi discreti, un aspetto interessante è quello della riduzione del sistema di controllo, o supervisore, di un sistema ad eventi discreti. Esso viene descritto mediante un generatore di linguaggio formale

$$G : \begin{cases} x(k+1) = f(x(k), \sigma(k)) \\ \sigma(k) \in \Sigma(x(k)) \cap u(k) \\ y(k) = h(\sigma(k)) \end{cases}$$

Basandosi su un approfondimento del concetto di controllo che preserva l'equivalenza destra e sul concetto di equivalenza debole tra stati, in [C3] viene formulata una procedura per la riduzione del supervisore

$$S : \begin{cases} z(k+1) = g(z(k), \sigma(k)) \\ u(k) = \Phi(z(k)). \end{cases}$$

Tale equivalenza debole tra stati sfrutta il fatto che il supervisore può essere rappresentato, nel contesto della logica formale, per mezzo di un automa parzialmente specificato. Tale procedura consente una più efficiente e sistematica riduzione del supervisore rispetto a quelle presenti in letteratura, con un miglioramento dal punto di vista computazionale, apprezzabile specialmente nel caso di supervisori con elevata complessità.

Sempre riguardo lo studio dei sistemi ad eventi discreti, in [C6] viene dato un primo contributo allo studio di rappresentazioni di sistemi ad eventi discreti su spazi vettoriali con un numero finito di elementi. Un sistema ad eventi discreti può essere visto come un generatore di un linguaggio formale L^G , dato dall'insieme di sequenze di eventi (parole) che possono presentarsi durante l'evoluzione del sistema stesso. Si vuole qui superare la difficoltà di manipolazione di tali sistemi, dovuta al numero di stati del generatore di linguaggio necessari per modellare il sistema.

Per superare questo problema si considera una rappresentazione della dinamica dello stato di dimensione minore o (nel caso peggiore) uguale a quella del generatore di partenza. A tal fine si introduce una relazione di dipendenza tra stati del grafo G associato al generatore, che preservi il linguaggio generato da G . In tal modo si introduce un concetto di indipendenza tra stati di G . Viene inoltre associato a ciascuno stato di G uno stato dello spazio vettoriale costruito su un campo di Galois; tale spazio ha un numero finito di elementi. Tale associazione viene fatta assicurando che venga preservato il linguaggio generabile a partire da ciascuno stato di G . Viene introdotto il concetto di rappresentazione su un tale spazio vettoriale, data dalla terna $\{\varphi, \mathcal{A}, h\}$,

ove φ associa ad ogni stato del grafo G uno stato dello spazio vettoriale, \mathcal{A} è un insieme di matrici A_σ che permettono di descrivere la dinamica del sistema quando si genera l'evento σ , ed h è l'uscita. Tale rappresentazione permette di lavorare con uno spazio di stato di dimensione minore o, nel peggiore dei casi, uguale alla cardinalità dell'insieme di stato di partenza. Un altro vantaggio è che la dinamica può essere rappresentata per mezzo di mappe lineari. Infine permette di avere una migliore comprensione della relazione che esiste tra i linguaggi generati a partire da stati che sono dipendenti. Viene fornita una tecnica per valutare la minima dimensione della rappresentazione, basata su proprietà dei linguaggi generati a partire dagli stati del generatore.

Il lavoro [C6] è un primo contributo allo studio di rappresentazioni di sistemi ad eventi discreti su spazi vettoriali con un numero finito di elementi (spazi vettoriali su campi di Galois). Nell'ambito dell'approccio logico-formale di Ramadge e Wonham, un sistema ad eventi discreti può essere visto come un generatore G di un linguaggio formale L^G , dato dall'insieme di sequenze di eventi (parole) che possono presentarsi durante l'evoluzione del sistema stesso. Si vuole costruire una funzione φ che proietti gli stati del generatore in quelli dello spazio vettoriale avente un numero finito di elementi (spazio vettoriale finito). Inoltre si costruisce una funzione di transizione dello stato che preserva le transizioni di stato nel generatore di linguaggio G . Si introduce infine il concetto di indipendenza tra stati di G (x_1, \dots, x_q sono indipendenti rispetto al campo di Galois GF_{p^m} se per qualsiasi dimensione n dello spazio vettoriale con un numero finito di elementi ($GF_{p^m}^n$) e per qualsiasi funzione φ , risulta $\sum_{i=1}^q a_i \varphi(x_i) = \mathbf{0}$ = elemento "pozzo" solo per $a_i \in GF_{p^m}$ nulli) e di base \mathcal{B} . Vengono poi definite le matrici di adiacenza A_σ , tali che $\mathbf{x}_j = A_\sigma \mathbf{x}_i \Leftrightarrow x_j = f(x_i, \sigma)$, e la rappresentazione $\mathcal{G} = \{\varphi(X), \{A_\sigma, \sigma \in \Sigma\}, h\}$ (h è la funzione di uscita). Due rappresentazioni sono equivalenti se le matrici di adiacenza trasformano gli equivalenti stati in stati equivalenti rispetto al linguaggio ($\mathbf{x}_{1j} = A_{1\sigma} \mathbf{x}_{1i} \Leftrightarrow \mathbf{x}_{2j} = A_{2\sigma} \mathbf{x}_{2i}$). È chiaro che \mathcal{G} può essere determinato in modo che il suo linguaggio $L^{\mathcal{G}} = \bigcup_{\mathbf{x}_i \in \mathcal{B}} L_{\mathbf{x}_i}^{\mathcal{G}}$ coincida con L^G . Tale rappresentazione permette di lavorare con uno spazio di stato di dimensione minore o, nel peggiore dei casi, uguale alla cardinalità dell'insieme di stato di partenza. Un altro vantaggio è che la dinamica può essere rappresentata per mezzo di mappe lineari. Infine permette di avere una migliore comprensione della relazione che esiste tra i linguaggi generati a partire da stati che sono dipendenti.

In [C8] viene affrontato il problema di modellare e controllare un sistema costituito da celle di lavorazione le cui dinamiche sono accoppiate. Lo studio è stato condotto utilizzando un formalismo che deriva dall'approccio mediante reti di Petri. Le celle vengono modellate come automi \mathcal{M}_i ed interconnesse utilizzando delle transizioni, simili alle transizioni che sono utilizzate per modellare le transizioni di controllo della dinamica di una rete di Petri. Il pregio di tale modellistica risiede nel fatto che il sistema finale non è il prodotto dei due automi (con una cardinalità dell'insieme degli stati pari al prodotto delle cardinalità dei singoli insiemi di stati), bensì alla somma delle cardinalità. Inoltre la legge di controllo può essere calcolata in maniera modulare, ossia si possono determinare due supervisori (sistemi di controllo del linguaggio generato), uno per ogni sottosistema, e determinare il supervisore complessivo come opportuno prodotto dei due supervisori, riducendo così la complessità computazionale nella determinazione del supervisore. Questa semplice e sistematica tecnica porta alla determinazione di un controllo costituito da due termini: il primo è dinamico ed è legato alla storia passata del sistema, ed un altro è statico e dipende solamente dallo stato attuale del sistema. Tale struttura permette di avere una maggiore intuizione sul comportamento del sistema e del controllore.

Un formalismo che permette lo studio delle proprietà strutturali dei sistemi ad eventi discreti, visti come dei generatori di linguaggio formale, viene proposto in [C9], fornendo criteri di controllabilità ed osservabilità degli stati del generatore. Alcuni di tali risultati rappresentano la controparte di risultati ben noti della teoria dei sistemi classici, e forniscono una formalizzazione alternativa a quella presente in letteratura in cui si considerano i concetti di controllabilità ed osservabilità di una sequenza di eventi σ . Viene infine fornito un criterio costruttivo per la sintesi di un supervisore, basato sulle nozioni di controllabilità introdotte.

Prendendo spunto da lavori sulle proprietà strutturali delle reti di Petri validi nel caso di transizioni

tutte etichettate con etichette (eventi) distinti, viene generalizzato al caso di un automa (generatore) tale formalismo quando si hanno più transizioni etichettate con la stessa etichetta. In [C9] viene proposto un metodo per studiare le proprietà strutturali di un DEFS (raggiungibilità, controllabilità, indistinguibilità, osservabilità di stati del generatore). I risultati a cui si giunge sono molto simili a quelli noti per i sistemi classici, e forniscono una formalizzazione alternativa a quella presente in letteratura in cui si considerano i concetti di controllabilità ed osservabilità di una sequenza di eventi σ .

La definizione di raggiungibilità di uno stato x_i a partire da un altro x_j viene definita come esistenza di una sequenza di eventi (parola) tale che $x_i = f(x_j, s)$!. Così pure la controllabilità di uno stato x_j a x_i è definita come esistenza di un istante di tempo k finito e di segmento di ingresso $u|_{[0,k)} = u(0), \dots, u(k-1)$ tali che $f(x_j, s) = x_i$ per qualsiasi s generata a partire da x_j dal controllore così controllato (supervisionato). Il principale risultato è che x_j è controllabile a x_i se e solo se esiste una traiettoria dello spazio di stato $\{x_j, x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_i\}$ tale che x_j raggiunge x_i e per cui $B\mathbf{x}_h - \mathbf{x}_{h+1}^T A(k)\mathbf{x}_h \subseteq \Sigma_c$, $h = i_0, i_1, i_2, \dots, i_{k-1}$ per ogni coppia (x_h, x_{h+1}) tale che $\mathbf{x}_{h+1} = A_{\sigma_h}\mathbf{x}_h$, $\sigma \in \Sigma(x_h) = B\mathbf{x}_h$, $\mathbf{x}_{i_0} = \mathbf{x}_j$ e $\mathbf{x}_{i_k} = \mathbf{x}_i$ (con le lettere in grassetto si indicano i vettori che rappresentano gli stati e gli eventi, Σ_c è l'insieme degli eventi controllabili).

La indistinguibilità tra uno stato x_a ed uno x_b si definisce, analogamente alla teoria classica, se coincidono le uscite $h(L_{x_a}^{Gc})$, $h(L_{x_b}^{Gc})$ corrispondenti ai linguaggi generati dai due stati dal generatore controllato da qualsiasi controllo u . Essa induce una relazione di equivalenza e un insieme quoziente sull'insieme X degli stati. Un interessante risultato è che x_a ed uno x_b sono indistinguibili se e solo se le loro rappresentazioni sono tali che $\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b \in \ker(CB \ CBA \ \dots \ CBA^{n-1})^T$. Un generatore G è ridotto se non ci sono coppie di stati indistinguibili, e ciò avviene se e solo se $\text{rank}(CB \ CBA \ \dots \ CBA^{n-1})^T = n$.

Sulla stessa linea possono essere introdotte le definizioni di ricostruibilità dello stato di G dopo k eventi (se dopo la k -esima uscita è possibile determinare univocamente lo stato x di G per $j \geq k$) e di osservabilità dello stato di G dopo k eventi (se dopo la k -esima uscita è possibile determinare univocamente lo stato iniziale $x(0)$ di G). Condizioni necessarie e sufficienti per tali proprietà vengono date in termini di proprietà della matrice A_d (che è come A_s , ma è riferita alla parola d osservata in uscita di lunghezza almeno k).

In [C26], [C28] si considera la riformulazione di un problema di controllo ottimo per sistemi ibridi. Questo permette la formulazione di problemi di controllo ottimo per sistemi continui, del tipo $\dot{x} = f(x, u)$, riducendo sostanzialmente la complessità computazionale del problema. La soluzione algoritmica di tale problema è trovata riformulando il problema come un problema di controllo ottimo ibrido, approssimando l'insieme U dei valori assunti dal controllo mediante un insieme finito $\Sigma \subset U$ e definendo campi vettore per le locazioni del sistema ibrido della forma $f(x, \sigma)$, $\sigma \in \Sigma$, ossia con un controllo costante in ogni locazione. Il problema allora è quello di sintetizzare una regola di "switching" ottima tra le locazioni del sistema ibrido ovvero, equivalentemente, delle condizioni di abilitazioni ottime tali che l'insieme obiettivo $\Omega_f \subset \Omega$ è raggiunto mentre viene minimizzata una funzione di costo ibrida, per ogni condizione iniziale in un insieme fissato $\Omega \subset \mathbb{R}^n$.

Per tradurre il problema ottimo continuo in uno discreto equivalente si è ricorsi ad una bisimulazione finita definita sull'insieme di stato ibrido. Tale bisimulazione può essere costruita sotto l'assunzione che localmente gli integrali primi possano essere esprimibili analiticamente per ciascun campo vettore $f(x, \sigma)$. Se questa ipotesi tecnica è soddisfatta è possibile trasformare il sistema ibrido in un automa a stati finiti. Il problema posto sull'automa a stati finiti è allora quello di sintetizzare un controllore (supervisore) che fornisca una regola di "switch" tra le locazioni dell'automa, la quale minimizzi una funzione di costo discreta che approssima la funzione di costo originale per ogni stato iniziale dell'automa. Viene fornita una soluzione di programmazione dinamica a tale problema imponendo come ulteriore condizione quella di non permettere un numero infinito di transizioni in tempi finiti. Il risultato principale mostra che quando i parametri che descrivono la discretizzazione del problema tendono a zero, allora la funzione valore discreta converge all'unica soluzione viscosa dell'equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman.

Altri lavori correlati agli argomenti di ricerca su citati sono [R2], [T2].

Teoria del regolatore per sistemi tempo–discreto e tempo–continuo campionati

- [I1]* B. Castillo, S. Di Gennaro, S. Monaco e D. Normand–Cyrot, Nonlinear regulation for a class of discrete–time systems, *System & Control Letters*, No. 20, pp. 57–65, 1993.
- [I2]* B. Castillo, S. Di Gennaro, S. Monaco e D. Normand–Cyrot, On Regulation under Sampling, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 42, No. 6, pp. 864–868, 1997.
- [C2] B. Castillo e S. Di Gennaro, Asymptotic output tracking for SISO nonlinear discrete systems, *Atti del 30^a IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1802–1806, 1991.
- [C16] B. Castillo e S. Di Gennaro, The Regulation Problem for Sampled Linear Systems, *Conferenza Mathematical Theory of Networks and Systems*, 1996.

La teoria della regolazione fornisce un elegante metodo per affrontare problemi, di particolare interesse nelle applicazioni ingegneristiche, in cui si richiede alle variabili controllate l'inseguimento di un'assegnata traiettoria, unitamente all'eliminazione asintotica di perturbazioni agenti, entrambi appartenenti ad una fissata classe.

Oltre al grande interesse di per sé (molti ricercatori a livello internazionale sono attivi in questo campo), l'interesse per questo tipo di ricerca riguardava l'estensione al caso dei sistemi tempo discreto e tempo continuo campionati dei risultati, poco tempo prima pubblicati, validi per i sistemi tempo continuo.

In tale ambito i risultati più importanti dell'attività di ricerca riguardano l'estensione al caso tempo discreto, sia per sistemi ad un ingresso ed una uscita [C2] che per sistemi ad più ingressi ed più uscite [I1], risultati già noti nel caso tempo continuo. Inoltre sono state ottenute nel caso di sistemi tempo continuo campionati [I2] condizioni sotto le quali il problema del regolatore è risolvibile.

Più in dettaglio in [C2] (per sistemi ad un ingresso ed una uscita) ed in [I1] (per sistemi ad più ingressi ed più uscite) viene considerato il problema della regolazione per un sistema tempo discreto, che può essere formulato con riferimento alle equazioni

$$\begin{aligned}x(k+1) &= f(x(k), u(k), w(k)) \\w(k+1) &= s(w(k)) \\e(k) &= h(x(k)) - r(w(k))\end{aligned}$$

in cui la prima equazione rappresenta la dinamica del processo, la seconda quella dell'esosistema, che genera i disturbi ed i riferimenti, e la terza l'uscita di interesse, ossia l'errore di inseguimento $e(k)$. Il problema del regolatore consiste nel determinare $u(k) = \alpha(x(k), w(k))$, $\alpha(\cdot, \cdot) \in C^\infty$ con $\alpha(0, 0) = 0$, tale da soddisfare le due condizioni

- (S) $x = 0$ di $x(k+1) = f(x(k), \alpha(x(k), w(k)), 0)$ sia asintoticamente stabile in prima approssimazione;
- (R) esista un intorno U dell'origine di $X \times W$ tale che, $\forall (x(0), w(0)) \in U$ le soluzioni di

$$\begin{aligned}x(k+1) &= f\left(x(k), \alpha(x(k), w(k)), w(k)\right) \\w(k+1) &= s(w(k))\end{aligned}$$

sia tale che $\lim_{k \rightarrow \infty} (h(x(k)) - r(w(k))) = 0$.

Sotto le ipotesi che il grado relativo del sistema tempo discreto sia definito, che $w = 0$ sia stabile per l'esosistema e tutti gli autovalori della prima approssimazione dell'esosistema giacciono sul cerchio unitario, e che per una funzione $u(k) = v(x(k))$ la dinamica

$$x(k+1) = f(x(k), v(x(k)), 0)$$

sia stabilizzabile in prima approssimazione, viene dimostrato che il problema del regolatore con controreazione dallo stato è risolubile se esiste (condizione sufficiente) una coppia di funzioni $\pi(w)$, $\gamma(w)$ soluzione delle cosiddette equazioni del regolatore

$$\begin{aligned}\pi\left(s(w(k))\right) &= f\left(\pi(w(k)), \gamma(w(k)), w(k)\right) \\ 0 &= h\left(\pi(w(k))\right) - r(w(k))\end{aligned}$$

che rappresentano la controparte nel tempo discreto di quelle nel caso tempo continuo. La soluzione è

$$u(k) = \gamma(w(k)) + v\left(x(k) - \pi(w(k))\right).$$

La risolubilità di queste equazioni può essere espressa in termini di proprietà della dinamica zero del sistema. Infatti se l'algoritmo della dinamica zero converge, se $w = 0$ è stabile e tutti gli autovalori della prima approssimazione dell'esosistema sono sul cerchio unitario, e se il sistema senza disturbo esteso (disturbo più riferimento) è stabilizzabile in prima approssimazione, sotto la condizione che la dinamica zero sia iperbolica, cioè gli autovalori dello jacobiano non giacciono sul cerchio unitario, allora il problema del regolatore è risolubile.

La risolubilità esatta delle equazioni del regolatore presenta difficoltà analitiche, in quanto è difficile ottenere soluzioni in forma chiusa. Da un punto di vista ingegneristico possono però essere sufficienti soluzioni approssimate. Condizione è necessaria e sufficiente perché esista una tale soluzione approssimata è che gli autovalori dell'approssimazione lineare

$$Q = \left. \frac{\partial q}{\partial \eta} (0, 0, \dots, 0, \eta, w, \alpha(\eta, w), \beta(\eta, w)) \right|_{\substack{\eta/o \\ w/o}}$$

della dinamica zero del sistema senza disturbo esteso non coincidano con prodotti di autovalori della matrice

$$S = \left. \frac{\partial s(w)}{\partial w} \right|_{w=0}.$$

In maniera sufficiente, si può richiedere che gli autovalori di Q non giacciono sul cerchio unitario. Viene fornita una dimostrazione costruttiva di calcolo della soluzione approssimata.

L'altro contributo importante in questo contesto riguarda la risoluzione del problema del regolatore per i sistemi tempo continuo che vengono sottoposti a campionamento ([I2]). Viene assunto che per il sistema tempo continuo esista la soluzione del problema del regolatore e vengono fornite le condizioni aggiuntive sotto le quali esiste la soluzione anche per il sistema sotto campionamento.

Nel caso di sistemi lineari

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + Pw \\ \dot{w} &= Sw \\ e &= Cx + Qw\end{aligned}$$

sottoposti a campionamento

$$\begin{aligned}x_D(k+1) &= A_D x_D(k) + B_D u_D(k) + P_D w_D(k) & A_D &= e^{\delta A} & Q_D &= Q \\ w_D(k+1) &= S_D w_D(k) & S_D &= e^{\delta S} & C_D &= C \\ e_D(k) &= C_D x_D(k) + Q_D w_D(k) & B_D &= \int_0^\delta e^{sA} B ds & P_D &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\delta^{i+1}}{(i+1)!} P_i\end{aligned}$$

con P_i calcolabili iterativamente, viene mostrato che la condizione di esistenza della soluzione robusta al problema del regolatore per il sistema tempo continuo

$$\forall \lambda \in \sigma(S), \quad \text{rank} \begin{pmatrix} A - \lambda I & B \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + p = \text{pieno}$$

ovvero equivalentemente che le equazioni

$$\begin{aligned} \Pi_i S &= A \Pi_i + B \Gamma_i + \tilde{P}_i \\ 0 &= C_i \Pi_i + \tilde{Q}_i \end{aligned} \quad (\tilde{P}_i \text{ e } \tilde{Q}_i \text{ calcolati a partire da } P \text{ e } Q)$$

siano sempre risolvibili in Π_i e Γ_i , implica la soluzione del problema del regolatore per il sistema campionato, ossia la determinazione di soluzioni (Π_D, Γ_D) delle equazioni di Francis a tempo discreto

$$\begin{aligned} \Pi_D S_D &= A_D \Pi_D + B_D \Gamma_D + P_D \\ 0 &= C_D \Pi_D + Q_D. \end{aligned}$$

La legge di controllo esatta che risolve il problema di regolazione dallo stato

$$u_D(k) = \Gamma_D w_D + K_D (x_D - \Pi_D w_D) \quad \Pi_D = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\delta^i}{i!} \Pi_i, \quad \Gamma_D = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\delta^i}{i!} \Gamma_i$$

(K_D tale che $A_D + B_D K_D$ ha autovalori nel cerchio unitario) con Π_i, Γ_i le soluzioni delle equazioni di Francis per il sistema tempo continuo, può essere approssimata ad un ordine r in δ ; viene mostrato che tale legge approssimata garantisce che per ogni w_D di ampiezza limitata risulta

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_D(k)\| = \mathcal{O}(\delta^{r+1}).$$

Nel caso di sistemi non lineari

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, w) \\ \dot{w} &= s(w) \\ e &= h(x, w) \end{aligned}$$

si procede in modo analogo, supponendo che per ogni coppia di opportune funzioni analitiche $\tilde{f}(x, u, w)$ e $\tilde{h}(x, w)$ esista in un intorno dell'origine una soluzione $\pi(w), \gamma(w)$ alle equazioni

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial w} s(w) &= A \pi(w) + B \gamma(w) + \tilde{f}(\pi(w), \gamma(w), w) \\ 0 &= C \pi(w) + \tilde{h}(\pi(w), w) \end{aligned} \quad A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=0, u=0, w=0}, \quad B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x=0, u=0, w=0}, \quad C = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=0, w=0}.$$

Questa rappresenta la controparte non lineare della condizione di esistenza della soluzione robusta per un sistema lineare tempo continuo. Sotto questa ipotesi e che (A, B) sia stabilizzabile e che $w = 0$ sia stabile e abbia gli autovalori sull'asse immaginario, viene provato che per il sistema non lineare campionato

$$\begin{aligned} x_D(k+1) &= f_D(x_D(k), u_D(k), w_D(k)) \\ w_D(k+1) &= s_D(w_D(k)) \\ e_D(k) &= h(x_D(k), w_D(k)), \end{aligned}$$

il problema di regolazione dallo stato è risolvibile. Si determinano dunque le soluzioni alle equazioni del regolatore

$$\pi_D(\delta, w_D) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\delta^i}{i!} \pi_i(w_D), \quad \gamma_D(\delta, w_D) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\delta^i}{i!} \gamma_i(w_D),$$

e il controllo

$$u_D(k) = \gamma_D(\delta, w_D) + K_D (x_D - \pi_D(\delta, w_D)).$$

Anche in questo contesto $u_D(k)$ può essere approssimata ad un ordine r , sempre mostrando che $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_D(k)\| = \mathcal{O}(\delta^{r+1})$.

Questa attività di ricerca è stata svolta in collaborazione con persone del Centro de Investigacion y de Estudios Avanzados del I.P.N. di Guadalajara, Messico (il Prof. Castillo) e del Laboratoire des Signaux et Systèmes del C.N.R.S. di Parigi (la Prof. Normand–Cyrot). Attualmente l’attività di ricerca si concentra attorno la risoluzione del problema di regolazione per sistemi campionati con eliminazione dell’errore di inseguimento (non solo negli istanti di campionamento), mediante un controllo di tipo ibrido (digitale per quel che riguarda il computo della legge di controllo, e analogico per quanto riguarda la sola parte di applicazione del segnale di controllo) che permetta di soddisfare il cosiddetto principio del modello interno, ossia la riproduzione “continua” della dinamica dell’esosistema (generatore di disturbi/segnali di riferimento) all’interno del controllore, che è una condizione necessaria per la risoluzione di tale problema (si veda elenco di articoli sottomessi). Inoltre particolare attenzione viene rivolta all’applicazione della teoria della regolazione strutturalmente stabile a esempi ingegneristicamente come quelli delle strutture flessibili e dei motori elettrici (si veda elenco di articoli sottomessi).

Controllo d’assetto di strutture spaziali

- [I5]* S. Di Gennaro, Active Vibration Suppression in Flexible Spacecraft Attitude Tracking, *AIAA J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 3, pp. 400–408, 1998.
- [I6]* S. Di Gennaro, Adaptive Robust Tracking for Flexible Spacecraft in Presence of Disturbances, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 98, No. 3, pp. 545–568, 1998.
- [I7]* S. Di Gennaro, S. Monaco e D. Normand–Cyrot, Nonlinear Digital Scheme for Attitude Tracking, *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 22, No. 3, pp. 467–477, 1999.
- [C1] G. Georgiou, S. Di Gennaro, S. Monaco e D. Normand–Cyrot, On the nonlinear adaptive control of a flexible spacecraft, *Atti del First ESA International Conference on ‘Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems’*, pp. 509–514, 1991.
- [C4] S. Di Gennaro e A. Dyda, Attitude control of a satellite with damping compensation on the flexible boom, *Atti dell’European Control Conference*, pp. 1656–1661, 1993.
- [C10] S. Battilotti, S. Di Gennaro e L. Lanari, Output Feedback Stabilization of a Rigid Spacecraft with Unknown Disturbances, *Atti del 33^a IEEE Conference on Decision and Control*, Lake Buena Vista, FL, USA, pp. 916–920, 14–16 December, 1994.
- [C14] S. Di Gennaro, Adaptive Robust Stabilization of Rigid Spacecraft in Presence of Disturbances, *Atti del 34^a IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1147–1152, 1995.
- [C17]* S. Di Gennaro, Output Feedback Stabilization of Flexible Spacecraft, *35^a IEEE Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, pp. 497–502, 1996.
- [C18] S. Di Gennaro, S. Monaco, D. Normand–Cyrot e A. Pignatelli, Digital Controllers for Attitude Manoeuvring: Experimental Results, *Atti della 3^a ESA International Conference on Spacecraft Guidance Navigation and Control Systems – ESA SP–381*, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, pp. 439–446, 1996.
- [C19] S. Di Gennaro, Active Vibration Suppression for Flexible Spacecraft, *European Control Conference – ECC 97*, Brussels, 1–4 July 1997.
- [C21] S. Di Gennaro, Stabilization of Rigid Spacecraft with Uncertainties and Input Saturations in a Central Gravitational Field, *36^a IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, CA, USA, pp. 4204–4209, 1997.
- [C24] S. Di Gennaro, Output Attitude Control of Flexible Spacecraft from Quaternion Measures: a Passivity Approach, *37^a IEEE Conference on Decision and Control*, Tampa, Florida, pp. 4549–4550, Tampa FL, USA, 1998.

- [C25] A. De Santis e S. Di Gennaro, Modelling in the Continuum and Control of Large Space Structures, *4th International Conference on Dynamics and Control of Structures in Space*, Cranfield, U.K., 24-28 May 1999.

Per quanto riguarda i temi a carattere applicativo, le tecniche di controllo non lineare a tempo continuo e a tempo discreto sviluppate negli ultimi anni trovano un gran numero di applicazioni, tra le quali grande interesse rivestono quelle nel settore dei sistemi spaziali.

L'interesse per questa attività di ricerca nasce dal fatto che i sistemi spaziali si propongono come naturale banco di prova delle varie tecniche di controllo sviluppate, hanno un forte interesse di tipo industriale per le loro caratteristiche, e sono molto interessanti dal punto di vista della ricerca futura in quanto si prestano bene, in prospettiva, anche per applicazioni delle tecniche di controllo che recentemente si stanno sviluppando per sistemi ibridi; infine rappresentano una interessante fonte di esempi-guida per lo sviluppo metodologico di tali tecniche, nonché un buon banco di prova per la verifica della loro bontà.

I principali contributi contenuti nelle pubblicazioni presentate possono essere inquadrati in due linee di ricerca principali: una ha riguardato lo studio del controllo d'assetto in presenza di incertezze parametriche e/o disturbi agenti sul sistema, ovvero in assenza di misure di alcune delle variabili di stato; l'altra ha riguardato l'applicazione di tecniche di stabilizzazione mediante tecniche digitali.

Un problema di interesse per strutture spaziali flessibili nel caso di manovre di rotazione grandi, con velocità elevate, è quello della soppressione delle vibrazioni mediante elementi di controllo attivi ([C4], [C19], [I5]). La presenza di elementi flessibili, combinata con le elevate specifiche richieste, possono indurre instabilità della dinamica delle appendici flessibili e la loro rottura. Si considerano allora dei piccoli attuatori che impongono alla struttura flessibile uno smorzamento attivo delle vibrazioni. In tale ambito si colloca uno dei risultati più importanti dell'attività di ricerca condotta.

Un primo esempio di attuatori attivi sono gli attuatori piezoelettrici per la loro possibilità di essere inseriti in strutture integrate ([C19] per il caso di manovra e [I5] nel caso di inseguimento di traiettoria). Il modello di un satellite con elementi flessibili e nel caso di inseguimento di traiettoria è

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e} \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -e^T \\ R(e) \end{pmatrix} (\omega - \omega_d) \\ J_{mb}\dot{\omega} + J_r\dot{\Omega} + \delta^T\ddot{\eta} &= -\tilde{\omega}(J_{mb}\omega + J_r\Omega + \delta^T\dot{\eta}) + u_g \\ J_r(\dot{\omega} + \dot{\Omega}) &= u_r \\ \ddot{\eta} + C\dot{\eta} + K\eta &= -\delta\dot{\omega} - \delta_2u_p \end{aligned}$$

con e_0, e i quaternioni descrittivi l'errore di inseguimento della traiettoria desiderata, ω la velocità del satellite (ω_d è quella desiderata) e Ω quella degli attuatori, del tipo ruote di reazione, η lo spostamento modale. Oltre alle ruote di reazione si hanno degli attuatori a getto che forniscono un momento u_g e gli attuatori piezoelettrici che sono alimentati con una tensione u_p . Con J si indicano le matrici di inerzia e con δ le matrici di accoppiamento.

Viene progettato un compensatore dinamico basato solo sulle misure dell'assetto e delle velocità angolari (ossia di e_0, e, ω, Ω). Per far ciò si utilizza il classico approccio basato su una funzione di Lyapunov candidata

$$\begin{aligned} V(x, t) &= (k_p + k_d) \left[(e_0 - 1)^2 + e^T e \right] + \frac{1}{2} (e + \omega_e)^T J_{10} (e + \omega_e) \\ &+ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \eta^T & \psi^T \end{pmatrix} P_1 \begin{pmatrix} \eta \\ \psi \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e_\eta^T & e_\psi^T \end{pmatrix} P_2 \begin{pmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

con P_1, P_2 simmetriche e definite positive da determinarsi. Se la velocità angolare desiderata (determinata in base all'assetto da inseguire) è tale che $\omega_d \in L_\infty[0, \infty)$, $\dot{\omega}_d \in L_2[0, \infty) \cap L_\infty[0, \infty)$ e nel caso di

assenza di ruote di reazione, si deriva in tal modo il compensatore dinamico. Un controllore analogo si ottiene quando gli attuatori sono ruote di reazione. Si noti che tale tipo di controllore è interessante di per sé, indipendentemente dal fatto che viene utilizzato in combinazione di altri attuatori (come quelli attivi), in quanto prescinde dalle misure delle variabili modali.

La bontà di questo schema di controllo viene comprovata da simulazioni su una struttura con una grande appendice, molto flessibile, mostrando la possibilità di ottenere il desiderato orientamento, con una diminuzione dell'ampiezza del controllo applicato e con soppressione delle vibrazioni. In assenza degli attuatori attivi si ha viceversa un comportamento instabile, con impossibilità di raggiungere l'orientamento desiderato e con un'esaltazione dell'oscillazione dell'asta; in presenza degli attuatori attivi viene raggiunto l'orientamento desiderato, con soppressione degli spostamenti dell'asta. Queste simulazioni tengono conto anche di altre particolarità tipiche di questa applicazione aerospaziale, quale il comportamento discontinuo degli attuatori; i risultati suggeriscono che gli attuatori piezoelettrici forniscono un certo grado di robustezza allo schema di controllo (derivato su considerazioni ideali di continuità degli attuatori), che pertanto non sono utili solo per attenuare, alla fine della manovra, le vibrazioni indotte durante la manovra stessa, ma anche durante la manovra stessa.

Sono altresì particolarmente interessanti i cosiddetti “proof-mass”, costituiti da piccole masse che si muovono opponendosi al movimento di vibrazione. In [C4], dopo aver ricavato il modello con considerazioni energetiche, viene considerata anche la dinamica degli attuatori attivi

$$\dot{q}_p = z_p, \quad \dot{z}_p = f(x) + B_{31}u_g + B_{32}v_p$$

con v_p l'ingresso degli attuatori attivi. Prendendo come uscite del sistema i quaternioni, che determinano la posizione del corpo principale, e gli spostamenti dell'estremità dell'asta, si calcola quindi la legge linearizzante e disaccoppiante $\begin{pmatrix} u_g \\ v_p \end{pmatrix} = A^{-1}(x)(v - \Gamma(x))$, in cui la matrice di disaccoppiamento $A(x)$ è non singolare per valori appartenenti ad un certo insieme U .

Viene quindi verificato che sia stabile asintoticamente la dinamica zero del sistema (rappresentante la dinamica della parte flessibile che corrisponde ad uscite nulle, ossia tale che non fa variare la posizione del corpo principale e che non fa spostare l'estremità dell'asta rispetto alla posizione di riposo). Tale stabilità segue da considerazioni di carattere fisico. Mediante le simulazioni e considerando spostamenti punto-punto si vede che, in assenza degli attuatori attivi, si ha un comportamento instabile, con impossibilità di raggiungere l'orientamento desiderato e con un'esaltazione dell'oscillazione dell'asta, mentre in presenza degli attuatori viene raggiunto l'orientamento desiderato, con soppressione degli spostamenti dell'asta.

Il problema di determinare controllori che presentino la proprietà di robustezza nei confronti di approssimazioni del modello matematico che descrive il sistema, o di variazioni parametriche o di disturbi agenti sul di esso, viene ripreso in [C14], nel caso di satellite rigido, e successivamente in [I6], in cui si considera più generale un satellite flessibile soggetto ad un gradiente di gravità e che presenta delle incertezze parametriche. Lo scopo del controllo è l'inseguimento di un assetto, per cui il gradiente di gravità viene qui considerato un disturbo. La dinamica flessibile viene trattata come un disturbo addizionale agente sulla struttura rigida (corpo principale) del satellite. Viene mostrato che, sotto opportune ipotesi per l'assetto da inseguire e di rispetto di opportune condizioni di robustezza, il controllore assicura la stabilità del sistema, ovvero la stabilità pratica (traiettorie ultimamente limitate).

Partendo dal modello rigido del satellite (rappresentante il modello nominale)

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e} \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -e^T \\ R(e) \end{pmatrix} (\omega - \omega_d) \\ J_{mb}\dot{\omega} + J_r\dot{\Omega} &= -\tilde{\omega}(J_{mb}\omega + J_r\Omega) + u_g + d \\ J_r(\dot{\omega} + \dot{\Omega}) &= u_r \end{aligned}$$

con d il disturbo (modellabile), viene progettato un controllore adattativo che stabilizza asintoticamente l'origine del sistema. La tecnica è quella basata sulla funzione di Lyapunov candidata, contenente stavolta anche il termine

$$\frac{1}{2}(p - \hat{p})^T \Gamma^{-1}(p - \hat{p})$$

in cui p sono i parametri da adattare. Si deduce dunque un controllore dinamico, la cui dinamica è data da \hat{p} . Tale controllore viene quindi applicato al sistema reale, in cui sono presenti elementi flessibili e la cui dinamica è descritta da variabili modali non misurabili e caratterizzata da parametri (smorzamenti, pulsazioni naturali, etc.) di cui si hanno solo informazioni che riguardano le norme delle matrici di rigidità K , di smorzamento C e di accoppiamento δ . Per tenere in conto la flessibilità, la legge di controllo precedentemente derivata deve essere robusta nel senso che i guadagni che vi compaiono devono soddisfare delle condizioni, legate alla norma delle matrici che descrivono la dinamica flessibile. Viene dunque mostrato che se $\omega_d \in L_\infty[0, \infty)$ e $\dot{\omega}_d \in L_2[0, \infty) \cap L_\infty[0, \infty)$ e vengono soddisfatte le condizioni di robustezza, il controllore assicura ancora la stabilità del sistema, mentre se $\dot{\omega}_d \notin L_2[0, \infty)$ si può solo assicurare che la traiettoria rimane ultimamente limitata.

Accanto a schemi di controllo non lineare tempo continuo, basati sul modello tempo continuo del sistema, e nell'ottica di una implementazione digitale delle leggi di controllo, interessanti sono schemi di controllo digitale, che si caratterizzano per il fatto che si basano sul modello campionato del sistema di partenza. In particolare in [C18] e [I7] vengono considerati degli schemi di controllo digitale. Essi sono di tipo "multirate", in cui cioè i controlli vengono fatti variare più volte (rimanendo costanti a tratti) durante un periodo di campionamento; l'intervallo di campionamento è dunque suddiviso in sotto-intervalli, ed in generale il periodo di sotto-campionamento non è uguale per i vari controlli. In tale ambito si colloca uno dei risultati più importanti dell'attività di ricerca condotta.

Viene considerato un satellite rigido attuato con attuatori a getto e con ruote di reazione. Si suppone inoltre che i disturbi siano assenti e che la conoscenza dei parametri sia esatta. Lo scopo della tecnica "multirate" è la riproduzione, almeno in modo approssimato e negli istanti di campionamento, del comportamento ottenibile applicando una legge tempo continuo che realizza una linearizzazione ingresso-uscita mediante la legge

$$u_g - u_r = A^{-1}(t, x) \left[v_1 - \Gamma(t, x) \right] = 2J_{mb}R^{-1}(e) \left[v + \frac{1}{4} \|(\omega - \omega_d)\|^2 e + \frac{1}{2} R(e) J_{mb}^{-1} \tilde{\omega} (J_{mb} \omega + J_r \Omega) + \frac{1}{2} R(e) J_{mb}^{-1} \dot{\omega}_d \right].$$

Imponendo anche la stabilità della dinamica delle ruote di reazione si ottiene una seconda equazione che lega u_g e u_r , che unita alla precedente permette di ottenere le espressioni di u_g ed u_r . In definitiva si ottengono le dinamiche $\ddot{e} = v$, $\dot{\Omega} = v_2$ (assieme ad una equazione ridondante dovuta ad e_0 , legato ad e da una relazione di vincolo). I controlli v_i vengono allora progettati in modo da soddisfare le specifiche di inseguimento dell'assetto desiderato con stabilità della dinamica complessiva

$$\ddot{e} + K_1 \dot{e} + K_2 e = 0 \quad \dot{\Omega} + K_3 \Omega = 0.$$

Con la legge di tipo "multirate" si vuole la riproduzione (approssimata ad un certo ordine del periodo di campionamento δ), negli istanti di campionamento, delle tre uscite e e delle sue derivate prime, ed inoltre della velocità angolare Ω (in realtà si utilizza uno schema che permette di riprodurre Ω anche negli istanti di "sotto-campionamento" $\delta/2$). In altre parole con la tecnica "multirate" si cerca di riprodurre la dinamica lineare, ottenuta applicando una legge tempo continuo linearizzante il comportamento ingresso-uscita, campionata con intervallo di campionamento δ . A tal fine queste uscite (e derivate), ottenute dalla dinamica controeazionata (con il controllo tempo continuo) e campionata, vengono uguagliate con quelle ottenute considerando appunto prima il modello digitale del sistema, e poi dei controlli digitali (da determinare)

$$e^{\delta X^{d1}} \circ e^{\delta X^{d2}} (e) \Big|_{k, x^d(k)} = e^{\delta X^c} (e) \Big|_{k\delta, x(k\delta)}, \quad e^{\delta X^{d1}} \circ e^{\delta X^{d2}} (\dot{e}) \Big|_{k, x^d(k)} = e^{\delta X^c} (\dot{e}) \Big|_{k\delta, x(k\delta)}$$

$$e^{\delta X^{d1}} \circ e^{\delta X^{d2}} (\Omega) \Big|_{k, x^d(k)} = e^{\delta X^c} (\Omega) \Big|_{k\delta, x(k\delta)}, \quad e^{\delta X^{d1}} (\Omega) \Big|_{k, x^d(k)} = e^{\delta X^c} (\Omega) \Big|_{k\delta, x(k\delta)}$$

ove $X^{di} = L_f(\cdot) + L_g(\cdot)u^{di}(k)$, $i = 1, 2$, $X^c = L_f(\cdot) + L_g(\cdot)u(t)$. Queste sono le condizioni di riproduzione, negli istanti di campionamento, di e ed Ω (e in un sotto-intervallo per Ω), del comportamento che

si avrebbe se fosse possibile applicare il controllo continuo. Espandendo in serie di δ i vari termini, raggruppando ed eguagliando le potenze omogenee, si calcolano i termini del controllo digitale (espresso anch'esso come serie di δ). Arrestandosi ad un desiderato ordine nelle potenze di δ , si ottiene un controllo digitale che assicura la riproduzione approssimata del comportamento continuo.

Le simulazioni evidenziano come le prestazioni di un controllore tempo continuo, implementato mediante organi digitali, vengono deteriorate a tal punto da indurre l'instabilità del sistema controllato. Le prestazioni delle leggi di controllo "multirate", progettate direttamente a partire dal modello digitale del sistema, mostrano per contro la recuperata stabilità del sistema controreazionato.

Tale strategia di controllo è stata implementata per il controllo di una piattaforma sperimentale denominata "S.A.C.S." (Satellite Attitude Control Simulator) realizzata per la verifica di strategie di controllo. Tale lavoro viene descritto in [C18]. Differenti leggi di controllo vengono confrontate tra loro, quali un classico controllore PD, un controllore non lineare che realizza il disaccoppiamento e la linearizzazione, e la legge di controllo "multirate" precedentemente illustrata. Nonostante una più elevata complessità computazionale, quest'ultimo si comporta meglio, sia nel caso di manovra che di inseguimento di traiettoria, per quel che riguarda il tempo di risposta del sistema, di errore di inseguimento e di minimizzazione dello sforzo di controllo, mostrando un certo grado di robustezza nei confronti delle incertezze nella conoscenza dei parametri del sistema.

Un altro problema affrontato è quello del controllo d'assetto di un satellite in presenza di incertezze sui parametri del modello, applicando una tecnica di controllo non lineare adattativo ([C1]). Infatti è importante conferire alla legge di controllo d'assetto delle caratteristiche di robustezza. Viene considerato un satellite in cui siano presenti degli elementi la cui flessibilità non possa essere trascurata. La presenza di incertezze parametriche nel modello può portare ad un'indesiderabile eccitazione dei modi elastici. Si ipotizzano incertezze parametriche strutturate, sulle frequenze naturali, sui coefficienti di smorzamento e sulla matrice d'inerzia del satellite. L'obiettivo del controllo è quello di realizzare delle manovre di assetto di ampia rotazione e inseguimento di una traiettoria di riferimento. Prendendo delle opportune leggi di aggiornamento delle stime dei parametri, lo schema di controllo non lineare adattativo proposto mantiene limitata l'evoluzione dello stato (stabilità asintotica della dinamica zero), assicurando inoltre l'inseguimento di traiettoria.

Il modello del satellite è dato in termini di quaternioni q , velocità angolare ω , posizioni e velocità modale η, z

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{1}{2}R(q)\omega & \dot{\omega} &= J^{-1} \left[-N + \delta^T(Cz + K\eta) + u \right] \\ \dot{\eta} &= z & \dot{z} &= -\delta J^{-1}N + \delta_1(Cz + K\eta) + \delta J^{-1}u \end{aligned}$$

essendo u il controllo fornito dai gas jets. Prendendo q come uscita, il comportamento ingresso-uscita

$$\ddot{q} = -\frac{1}{4}\|\omega\|^2 q + \frac{1}{2}R(q)J^{-1} \left[-N + \delta^T(Cz + K\eta) + u \right] = \Gamma(x) + A(x)u$$

viene linearizzato (e disaccoppiato) dal controllo $u = A^{-1}(x)(v - \Gamma(x))$.

A causa della inesatta conoscenza dei parametri, non è però possibile implementare questa legge di controllo. Si nota che i termini che appaiono nell'espressione di u si possono scrivere in modo lineare rispetto ad un certo vettore di parametri che dipendono in modo complicato dai parametri veri. Considerandone una stima, la legge di controllo implementabile è allora $\hat{u} = \widehat{A^{-1}}(x)(v - \widehat{\Gamma}(x))$, ove non occorre una stima di v poiché \dot{q} non dipende dai parametri del modello.

Prendendo delle opportune leggi di aggiornamento delle stime $\hat{\Theta}$ dei parametri, il risultante schema di controllo non lineare adattativo mantiene limitata l'evoluzione dello stato (stabilità asintotica della dinamica zero), assicurando inoltre l'inseguimento di traiettoria. Nelle simulazioni lo schema proposto viene utilizzato anche nel caso di inseguimento di traiettorie, mostrando il soddisfacimento degli obiettivi di controllo.

Un altro problema considerato è quello del controllo di assetto di un corpo rigido in presenza di disturbi, che assumono valori in un certo insieme compatto ([C10]). Un disturbo agente su satelliti in orbita bassa è quello dovuto al gradiente di gravità, che viene tenuto in conto da un termine d

nell'equazione dinamica della velocità angolare. In tal caso, infatti, l'influenza sul satellite da parte del campo gravitazionale non è trascurabile, e sua azione potrebbe deteriorare le prestazioni del controllo; occorre quindi tenerne conto nel progetto di sistemi di controllo in applicazioni spaziali che richiedono elevate prestazioni.

Tale disturbo è del tipo $d = p(x)w$, ove $w = 1/R_0^3$ e R_0 è la distanza del satellite dalla terra, non nota con precisione. Il problema viene affrontato nel caso di satellite rigido (si veda il modello precedente ove $\eta \equiv 0$, $z \equiv 0$) con gas jets come ingressi, e può essere generalizzato ad altri tipi di disturbi aventi le medesime caratteristiche del gradiente di gravità. Il controllo mediante ruote di reazione può essere trattato allo stesso modo. Viene mostrato che, mediante la misura dei soli quaternioni, e sotto l'ipotesi che w assuma valori entro un insieme compatto fissato a priori, è possibile progettare un controllore dinamico che stabilizza l'assetto del satellite in modo robusto rispetto al disturbo w e con una regione di attrazione contenente l'insieme compatto fissato a priori (stabilità semiglobale).

Un problema più complesso della semplice presenza di disturbi agenti sul sistema, costituito dal satellite rigido, viene trattato in [C21]. In tale lavoro si considera un satellite soggetto al disturbo dovuto al gradiente di gravità (che si annulla nell'origine) e il problema dovuto alla saturazione degli attuatori (gas jets). Inoltre i parametri del sistema sono considerato costanti ma non noti così come la distanza terra-satellite. Mediante la tecnica della funzione candidata di Lyapunov viene ricavato un controllore che assicura la stabilità del punto di equilibrio in assenza di saturazioni. Quando esse sono presenti viene progettato un controllore che evita che l'attuatore vada in saturazione (ovvero che diminuisca la possibilità che l'attuatore saturi).

Più precisamente si determina una funzione $\phi(\cdot)$, che assume i suoi valori in $[0, 1]$, che attenua l'ampiezza dei controlli; il tutto si basa sull'osservazione che un controllo proporzionale ai quaternioni ($u_p = -\bar{k}_{11}e$), con guadagno proporzionale in $(0, u_s]$ (u_s è il valore di saturazione) assicura una condizione di stabilità semplice, anche se le prestazioni del controllore non assicurano la stabilità asintotica (e dunque dà luogo nella pratica a comportamenti dinamici insoddisfacenti). Tuttavia tale controllo proporzionale può essere usato quando l'attuatore satura. Fuori della saturazione si può poi utilizzare un controllore che contenga anche una azione derivativa (del tipo $-\eta(x)\phi(\eta)$, con $\eta(x)$ il termine di controllo che contiene l'azione derivativa), il che assicura la stabilità asintotica. Ne discende un controllore che riesce a stabilizzare il sistema.

Qui ϕ deve annullarsi quando η tende all'infinito e deve essere 1 per η piccoli (così quando lo sforzo di controllo è piccolo il controllo è $-\bar{k}_{11}e - \eta(x)$, mentre per valori più elevati $\phi(\eta)$ riduce lo sforzo di controllo al valore $-\bar{k}_{11}e - \eta(x)\phi(\eta) \leq u_s$). Esempi sono le funzioni

$$\phi_1(\eta) = e^{-\frac{\|\eta\|^2}{\sigma}}, \quad \phi_2(\eta) = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\|\eta\|}{\sigma}\right)^{2n_\gamma}\right]^{1/2}}.$$

Viene dunque mostrato che il controllore dinamico

$$\begin{aligned} \dot{\hat{v}} &= K\gamma(e, \omega_e)(e + \omega_e) \\ \hat{v} &= \phi^{-1}(\eta)\bar{v} \\ \eta &= \bar{k}_{12}e + k_2\omega_e + \gamma^T(e, \omega_e)\hat{v} \\ u &= -\bar{k}_{11}e - \eta(e, \omega_e, \hat{v})\phi(\eta) \end{aligned}$$

con \hat{v} , $\gamma(e, \omega_e)$ progettati per stabilizzare il sistema senza saturazioni, $K = K^T > 0$, $\bar{k}_{11} \in (0, u_s]$, $0 < \bar{k}_{12} < k_2 < 2\bar{k}_{11} + \bar{k}_{12}$, stabilizza asintoticamente il sistema.

Anche le simulazioni mostrano come l'insorgenza di instabilità, quando si hanno disturbi e incertezze parametriche, viene eliminata grazie a tale tipo di controllo.

In [C17], [C24] è affrontato il problema di stabilizzazione di un satellite con appendici flessibili a partire dalla misura dei soli quaternioni, descrittivi l'assetto (si veda anche quanto detto nel caso del lavoro [C10]). Più in dettaglio in [C17] si suppone che il satellite sia attuato mediante delle ruote di reazione e, utilizzando tecniche alla Lyapunov, viene determinato un controllore dinamico,

il quale non richiede la misura né della velocità angolare ω , né degli spostamenti e velocità modali η , $\dot{\eta}$, diminuendo così il numero di sensori necessari all'implementazione di controllori per manovre di assetto di grande ampiezza. In tal modo viene rimossa l'ipotesi di completa misurabilità dello stato del sistema, non aderente alla realtà o che può essere considerata realistica solo se vengono impiegati opportuni sensori.

Viene derivato un controllore dinamico, avente la seguente struttura

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}} &= k(e - \hat{e}) & \dot{\hat{\eta}} &= f_3(\hat{\omega}_e, \hat{\eta}, \hat{z}) & u_r &= k_p e + \frac{1}{2} R^T(e)(e - \hat{e}) + 2\delta^T C(\delta\hat{\omega}_e + \hat{z}) \\ \dot{\hat{\omega}}_e &= f_2(e, \hat{e}, \hat{\omega}_e, \hat{\eta}, \hat{z}) & \dot{\hat{z}} &= f_4(\hat{\omega}_e, \hat{\eta}, \hat{z}) \end{aligned}$$

e le simulazioni mettono in luce come la sola azione proporzionale $k_p e$ non è da sola sufficiente, come previsto, e fornisce un comportamento non soddisfacente. D'altra parte il termine $\frac{1}{2} R^T(e)(e - \hat{e})$ si comporta in maniera analoga ad un'azione derivativa, purché la differenza $e - \hat{e}$ non si annulla troppo rapidamente.

Sempre nella stessa linea di ricerca, in [C24] viene considerato un satellite attuato mediante attuatori a getto; viene rimossa dunque l'ipotesi di conservazione del momento della quantità di moto, utilizzata in [C17]. Basandosi sul concetto di passività, viene determinato un controllore dinamico che non necessita né della velocità angolare né delle misure delle variabili modali.

In [C25], [R3] viene derivato il modello di una struttura spaziale di grandi dimensioni. Il modello è infinito dimensionale, e questo non solo consente di avere un modello matematico che, in talune circostanze, presenta un comportamento più vicino alla realtà della struttura con flessibilità distribuita, ma anche di tenere in conto a priori del problema sia della determinazione del numero di modi significativi, sia del tipico problema dello "spillover", peculiare in condizioni di microgravità. Per semplicità di trattazione si è considerato una struttura planare. Sono state derivate le funzioni di energia cinetica e potenziale della struttura e, in base al principio variazionale, è stato ottenuto il modello desiderato, in particolare evitando drastiche approssimazioni che, pur portando a modelli più semplici da trattare dal punto di vista del controllo, sono talvolta eccessivamente forti.

Sulla base di tale modello viene mostrato che esistono le cosiddette soluzioni "forti". Tale equazione però presenta un termine non lineare che può essere non continuo e non globalmente Lipschitz. In questo lavoro preliminare il termine non lineare viene considerato compensato dal controllo. Un secondo problema riguarda il fatto che l'equazione può avere tempi di fuga al finito. Viene mostrato che è possibile trovare un controllo tale che il sistema controllato ha una soluzione forte per ogni istante di tempo, uniformemente limitata e con le componenti al contorno della funzione descrivente la deformata (che formano parte del vettore di stato) asintoticamente stabili.

È stato ottenuto un modello del tipo

$$M\ddot{x} + Ax + T(x, \dot{x}) = Bu, \quad x = \begin{pmatrix} x_f(t, z) \\ x_b(t) \end{pmatrix}$$

in cui $x(t)$ ha due componenti: una parte funzionale $x_f(t, z)$, $z \in [0, \ell]$, che descrive la deformazione elastica lungo la struttura flessibile di lunghezza ℓ , ed una al contorno $x_b(t)$ che tiene conto dei valori delle quantità meccaniche di interesse ai punti (fissati) in cui sono presenti i sensori, gli attuatori e altri corpi. L'operatore M è una inerzia generalizzata, A è l'operatore di rigidità, B è l'operatore d'ingresso che modella l'azione della variabile di controllo u sulla variabile x . Il termine $T(x, \dot{x})$ tiene conto degli effetti non lineari che nascono dall'accoppiamento tra le dinamiche rigida e flessibile. Tale equazione può essere riformulata come un'equazione differenziale del primo ordine su uno spazio di Hilbert

$$\dot{Y} = \mathcal{A}Y + \mathcal{T}(Y) + \mathcal{B}u, \quad Y = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix}$$

ottenendo così il modello nello spazio di stato. Essa è adatta per investigare i problemi di controllo di tali strutture flessibili, come di “set point”, di stabilizzazione, di attenuazione dei disturbi. In questo lavoro preliminare viene considerato il problema di stabilizzazione.

Introdotta sullo spazio di Hilbert $\mathcal{H} = D(\sqrt{A}) \times H$ (\sqrt{A} è la radice quadrata di A , un operatore opportunamente definibile) la norma dell’energia

$$\|Y\|^2 = [\sqrt{A}x, \sqrt{A}x] + [M\dot{x}, \dot{x}],$$

poiché l’operatore A ha un autovalore in zero, e quindi il prodotto interno definirebbe solo una seminorma, viene prima di tutto considerata una controreazione dalla posizione, sicché il nuovo operatore A_p è definito positivo e la norma dell’energia

$$\|Y\|^2 = [A_p x, x] + [M\dot{x}, \dot{x}]$$

è ben definita e l’equazione dinamica si può riscrivere come

$$\dot{Y} = \mathcal{A}Y + \mathcal{T}(Y) + \mathcal{B}u_1$$

con u_1 il nuovo ingresso e

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}A_p & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1}B \end{pmatrix}, \quad \mathcal{T}(Y) = \begin{pmatrix} 0 \\ -M^{-1}T(x, \dot{x}) \end{pmatrix}, \quad u_1 = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \nu \\ \sigma \end{pmatrix}.$$

Viene mostrato come tale equazione è ben posta e ammette una soluzione forte, ossia che soddisfa l’equazione per condizioni iniziali $Y(0)$ nel dominio di \mathcal{A} e u_1 di classe C^1 . Tale equazione però presenta alcune difficoltà. Infatti il termine non lineare $\mathcal{T}(Y)$ può essere non continuo e non globalmente Lipschitz su \mathcal{H} , a causa della presenza di un termine $(EJ_x \frac{J_x}{J_p} y''(l, t))$ che, in questo lavoro preliminare, viene considerato compensato dal controllo. Si perviene così all’equazione

$$\dot{Y} = \mathcal{A}Y + \mathcal{T}_0(Y) + \mathcal{B}v$$

con v il nuovo controllo e in cui $\mathcal{T}_0(Y) = \begin{pmatrix} 0 \\ -M^{-1}T_0(x, \dot{x}) \end{pmatrix}$ gode delle proprietà desiderate. Un secondo problema riguarda il fatto che tale equazione può non avere soluzione globale, ossia per un generico $Y(0)$ la soluzione potrebbe esistere solo per $t < \bar{t}_{Y(0)}$. In questo lavoro viene comunque dimostrato che è possibile trovare un controllo $v = K(Y)$, con K operatore continuo, tale che il sistema controllato

$$\dot{Y} = \mathcal{A}Y + \mathcal{T}_0(Y) + \mathcal{B}K(Y), \quad Y(0) \in D(\mathcal{A})$$

ha una soluzione forte $Y(t)$ per ogni $t > 0$; inoltre $Y(t)$ è uniformemente limitata e le componenti al contorno $x_b(t)$ sono asintoticamente stabili. Tale soluzione può essere estesa con continuità su tutto \mathcal{H} .

Controllo di motori elettrici

- [I3]* P. Caravani e S. Di Gennaro, Robust Control of Synchronous Motors with Non-linearities and Parameter Uncertainties, *Automatica*, Vol. 34, No. 4, pp. 445–450, 1997.
- [I8]* S. Di Gennaro, Adaptive Output Feedback Control of Synchronous Motors, *International Journal of Control*, Vol. 73, No. 16, pp. 1475–1490, 2000.
- [C5] A. Chelouah, S. Di Gennaro e M. Tursini, Nonlinear digital control of a synchronous motor: Comparative simulation results, *Atti del IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp. 96–101, vol. 5, 1993.

- [C7] S. Di Gennaro e M. Tursini, Control techniques for synchronous motor with flexible shaft, *Atti del IEEE Conference on Control Applications*, pp. 471–476, Glasgow, UK, 24–26 August, 1994.
- [C13] P. Caravani e S. Di Gennaro, H^∞ Control of a Nonlinear Synchronous Motor with uncertainties Parameters, *Atti della 3^a European Control Conference*, pp. 242–247, 1995.
- [C15] S. Di Gennaro, Robust Angular Tracking Control of Synchronous Motors in Presence of Uncertainties, *Atti del Computational Engineering in Systems Applications, CESA '96 IMACS – Symposium on Control, Optimization and Supervision*, Vol. 2, pp. 1228–1233, 1996.
- [C20] S. Di Gennaro, Output Dynamic Angular Velocity Tracking for Synchronous Motors, *36^a IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, CA, USA, USA, pp. 1948–1949, 1997.
- [C22] S. Di Gennaro e G. Fusco, Adaptive Torque Control of Induction Motors with Parameter Uncertainties, *IEEE Conference on Control Applications*, Vol. 2, Trieste, Italia, pp. 1348–1352, 1998.
- [C23] S. Di Gennaro, Output Control of Synchronous Motors, *37^a IEEE Conference on Decision and Control*, Tampa, Florida, pp. 4658–4663, 1998.
- [C27]* S. Di Gennaro, A Note on the Nonlinear H-infinity Control for Synchronous Motors, *39th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 907–912, Sidney, Australia, 2000.

Il controllo dei motori elettrici, sincroni così come ad induzione, ha avuto un crescente aumento di interesse nel campo dei servomeccanismi (in vari campi quali la robotica, applicazioni aerospaziali, etc.), grazie alle caratteristiche peculiari di queste macchine, quali la semplicità di manutenzione e la robustezza, nonché lo sviluppo di metodi di controllo che hanno permesso prestazioni sempre migliori. In particolare le tecniche di controllo non lineari ha permesso di eliminare alcuni degli inconvenienti che si hanno nell'approccio classico, e laddove l'accoppiamento della dinamica meccanica e quella elettrica deve essere tenuta in conto.

Al pari di sistemi meccanici quali i satelliti, i motori elettrici si propongono come naturale banco di prova delle varie tecniche di controllo sviluppate, hanno un forte interesse di tipo industriale per le loro caratteristiche, sono molto interessanti dal punto di vista della ricerca futura.

Le linee di ricerca seguite sono state: 1) l'analisi di tecniche di controllo di tipo digitale, che consentano di eliminare i problemi di deterioramento delle prestazioni del controllo continuo quando esso viene implementato mediante organi di tenuta (lavori non presentati); 2) lo studio di tecniche di controllo robusto e adattativo che tengano conto di possibili variazioni di parametri caratteristici del motore, riducendone gli effetti; 3) lo studio di leggi di controllo non lineari dinamiche, che diminuiscano il numero di sensori necessari per implementarle.

Nell'ambito della seconda linea di controllo si colloca un primo interessante risultato. Il problema affrontato in [C13] e [I3] è quello dell'applicazione di tecniche di controllo robusto ad un motore sincro che presenta variazioni parametriche sulla resistenza, l'induttanza, il coefficiente d'attrito e la coppia di carico. Viene fornita una semplice procedura per derivare un controllore lineare che fornisce un limite H^∞ per la funzione di trasferimento disturbo–uscita per tutti i valori delle incertezze parametriche. Questa strategia di controllo si basa sull'analisi del caso peggiore e richiede la soluzione di una equazione di Riccati. Inoltre essa fornisce una parametrizzazione monodimensionale della classe dei controllori stabilizzanti. Questo rende relativamente semplice la determinazione del controllore rispondente alle desiderate specifiche.

Il modello è quello (d, q) e si considerano variazioni rispetto ai valori nominali. Il modello può essere allora scritto nelle variabili di errore ed assume la forma

$$\dot{x} = A_0x + B_0u + D(t)$$

con $D(t)$ il termine contenente i termini relativi alle variazioni parametriche. L'uscita è (x, u) . Tale modello ricade nella classe più generale caratterizzata da equazioni della forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Hf(x) + \left[A_0 + \sum_{i=1}^q f_i A_i \right] x + \left[B_0 + \sum_{j=1}^r g_j B_j \right] u + Pw \\ y &= \begin{pmatrix} z \\ u \end{pmatrix}, \quad z = Cx, \quad x(0) = 0 \end{aligned}$$

ove 1) $\|f(x)\|^2 \leq k_1 \|x\|^2$; 2) $|f_i(t, x)| \leq \bar{f}_i$, $|g_j(t, x)| \leq \bar{g}_j$; 3) (A_0, B_0) stabilizzabile. Per tale classe, sotto l'ipotesi di disturbi a potenza limitata ($\|w\|^2 = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} \|w\|_2^2 dt < \infty$, come nel caso del motore sincrono in esame), è possibile fornire una semplice procedura per derivare un controllore lineare che fornisce un limite H^∞ per la funzione di trasferimento disturbo–uscita, ossia tale che u garantisca la condizione di attenuazione robusta

$$\frac{\|y\|}{\|w\|} \leq \gamma_0,$$

per ogni w considerato e per tutti i valori delle incertezze parametriche. Questa strategia di controllo si basa sull'analisi del caso peggiore e richiede la soluzione di una equazione di Riccati

$$\begin{aligned} F_\gamma &= -B'_a S \\ \dot{S} + A'_a S + S A_a + I - S \left(B_a B'_a - \frac{1}{\gamma^2} P_a P'_a \right) S &= 0, \quad S(t_f) = I. \end{aligned}$$

Inoltre, anche se la determinazione del controllore che assicura un certo limite del rapporto disturbo–uscita non è diretta (in quanto occorre prima risolvere l'equazione di Riccati), fornisce tuttavia una parametrizzazione monodimensionale della classe dei controllori stabilizzanti. Questo rende relativamente semplice la determinazione del controllore rispondente alle desiderate specifiche.

Sebbene i metodi di sintesi tradizionali (PID, allocazione di autovalori, sintesi LQ) possono essere utilizzati, la simultanea presenza di perturbazioni lineari e non lineari in $D(t)$ rende difficile asserire a priori con precisione le loro prestazioni. Inoltre, a differenza della tecnica presentata in [I3], i metodi tradizionali non realizzano una connessione tra controllore e struttura dell'incertezza, sicché i potenziali vantaggi che si possono avere dallo sfruttare la struttura del disturbo non vengono utilizzati. I vantaggi della tecnica applicata in [I3] risiedono nella possibilità di stabilizzare la dinamica del motore sotto l'azione di varie sorgenti di incertezza, sulle quali non si hanno informazioni statistiche e che possono essere interne od esterne, e di permettere di trattare sia non linearità che dinamiche non modellate. Le migliori prestazioni raggiungibili sono evidenziate dalle simulazioni, in cui si considerano variazioni dai valori nominali del 42% per la resistenza statica, 25% per l'induttanza, 21% per il coefficiente di attrito, e del 100% dal valore nominale per il riferimento di velocità. Il confronto con un controllore LQ mostra le migliorate prestazioni dinamiche (migliori prestazioni si sarebbero ottenute nel caso di peggior caso possibile).

Questa tecnica di controllo viene ripresa in [C15] applicandola al caso di inseguimento di traiettoria. L'approccio differisce essenzialmente nel fatto che il controllo viene separato in due contributi: il primo viene calcolato in base al modello nominale, in modo da permettere l'inseguimento di traiettoria, mentre il secondo è calcolato per mantenere limitato l'effetto delle perturbazioni, in cui vengono incluse variazioni parametriche dovute alla resistenza, alla coppia di carico e al coefficiente d'attrito, e alle non linearità incluse nelle perturbazioni. In particolare quest'ultime sono dovute alla considerazione nel modello dell'attrito di tipo statico, che deve essere tenuto in conto nel caso di inseguimento di posizioni angolari con specifiche stringenti. È solo per il calcolo di questo secondo termine del controllo che viene utilizzata la tecnica presentata in [I3], e questo corrisponde all'ottimizzazione del solo rapporto disturbo–uscita per il controllo che reagisce ai disturbi.

In [C27], [Is1] (accettato) si considera un controllore H^∞ non lineare per un motore sincrono a magneti permanenti soggetto a variazioni parametriche di tutti i suoi parametri. Dapprima viene progettato un controllore basato sui valori nominali dei parametri per l'inseguimento di una fissata

traiettorie angolare. Poi viene progettato un controllore H^∞ per soddisfare il problema sub-ottimo di attenuazione, nel caso di disponibilità di tutto lo stato del sistema. Questo secondo passo richiede la soluzione di un'equazione (non lineare) di Hamilton-Jacobi-Isaacs. Poiché essa non può essere risolta analiticamente si determina una soluzione approssimata usando una espansione dei termini dell'equazione in potenze omogenee nelle variabili di stato, eguagliando poi a zero i vari termini così ottenuti.

Si considerino le equazioni del motore, scritte nel riferimento (d, q) , ed un problema di inseguimento di traiettoria ϑ_r . Dopo una controreazione dallo stato che risolve il problema dell'inseguimento di traiettoria per il sistema nominale, si possono scrivere le seguenti equazioni d'errore

$$\dot{x}_e = A_0 x_e + B_0 u + k(x_e) w$$

ove x_e è il vettore delle variabili d'errore, A_0, B_0 rappresentano la parte nominale del sistema, e w un vettore di "disturbi", ossia un vettore di termini dipendenti dal tempo attraverso le variazioni parametriche. L'uscita è $y = x_e$ (errori ϑ_e e i_{de}), mentre la variabile di penalità è

$$z = \begin{pmatrix} C_0 x_e \\ u \end{pmatrix}.$$

È ben noto che il problema di attenuazione del disturbo è risolto dal controllo

$$u = -\frac{1}{2} g^T(x_e) V_{x_e}^T(x_e) = -\frac{1}{2} B_0^T V_{x_e}^T(x_e)$$

con $V_{x_e}(x_e)$ la derivata della funzione di Lyapunov che risolve la disuguaglianza di Hamilton-Jacobi-Isaacs inequality, che nel caso in esame diviene

$$V_{x_e}(x_e) \left[A_0 x_e - \frac{1}{4} B_0 B_0^T(x) V_{x_e}^T(x_e) \right] + x_e^T C_0^T C_0 x_e + \frac{1}{\gamma^2} V_{x_e} k(x_e) k^T(x_e) V_{x_e}^T(x_e) < 0.$$

La soluzione analitica è difficile da determinare, per cui si può procedere al calcolo di una approssimata. Posto

$$V(x_e) = \sum_{i=1}^{\infty} V^{[i+1]}(x_e), \quad k(x_e) = K_0 + k_1(x_e) + k_2(x_e) + \mathcal{O}(x_e^{\otimes 3})$$

(" \otimes " indica il prodotto tensore) e

$$V_{x_e}(x_e) = \sum_{i=1}^{\infty} V_{x_e}^{[i]}(x_e) = 2x_e^T P_1 + (x_e^{\otimes 2})^T P_2^T + (x_e^{\otimes 3})^T P_3^T + \sum_{i=4}^{\infty} (x_e^{\otimes i})^T P_i^T$$

$P_1 = P_1^T$, sostituendo nella disuguaglianza si ottiene

$$\begin{aligned} & x_e^T \left(P_1 A_0 + A_0^T P_1 + P_1 M_0 P_1 + C_0^T C_0 \right) x_e + (x_e^{\otimes 2})^T P_2^T \left(A_0 + M_0 P_1 \right) x_e \\ & + (x_e^{\otimes 3})^T P_3^T \left(A_0 + M_0 P_1 \right) x_e + \frac{1}{4} (x_e^{\otimes 2})^T P_2^T M_0 P_2 (x_e^{\otimes 2}) + \frac{4}{\gamma^2} x_e^T P_1 k_1(x_e) k_1^T(x_e) P_1 x_e \\ & + (x_e^{\otimes 4})^T P_4^T \left(A_0 + M_0 P_1 \right) x_e + \dots + \mathcal{O}(x_e^{\otimes 6}) < 0 \end{aligned}$$

ovvero

$$\begin{aligned} & x_e^T \left(P_1 A_0 + A_0^T P_1 + P_1 M_0 P_1 + C_0^T C_0 \right) x_e + (x_e^{\otimes 2})^T P_2^T \left(A_0 + M_0 P_1 \right) x_e \\ & + (x_e^{\otimes 3})^T \left[P_3^T \left(A_0 + M_0 P_1 \right) + R_3^T \right] x_e + \sum_{i=4}^{\infty} (x_e^{\otimes i})^T \left[P_i^T \left(A_0 + M_0 P_1 \right) + R_i^T \right] x_e < 0 \end{aligned}$$

sicché si devono risolvere le equazioni

$$\begin{aligned} P_1 A_0 + A_0^T P_1 + P_1 M_0 P_1 + C_0^T C_0 &= 0 \\ P_2^T (A_0 + M_0 P_1) &= 0 \\ P_3^T (A_0 + M_0 P_1) + R_3^T &= 0 \\ P_i^T (A_0 + M_0 P_1) + R_i^T &= 0, \quad i \geq 4. \end{aligned}$$

con la prima un'equazione di Riccati. Se la matrice $(A_0 + M_0 P_1)$ è invertibile, le altre possono essere risolte per iterazione, una volta calcolate le matrici R_i :

$$P_2 = 0, \quad P_3 = -(A_0 + M_0 P_1)^{-T} R_3, \quad P_i = -(A_0 + M_0 P_1)^{-T} R_i, \quad i \geq 4.$$

Dunque il controllo che assicura l'attenuazione del controllo (sub-ottimo) è

$$u = \begin{pmatrix} u_q \\ u_d \end{pmatrix} = -B_0^T P_1 x_e + \frac{1}{2} B_0^T (A_0 + M_0 P_1)^{-T} R_3 x_e^{\otimes 3} + \frac{1}{2} \sum_{i=4}^{\infty} B_0^T (A_0 + M_0 P_1)^{-T} R_i x_e^{\otimes i}.$$

Semplificazioni (adatte per implementazioni in linea) di tale controllo derivano dal considerare solo termini fino ad un certo grado nello sviluppo in serie, che danno luogo ai contributi più importanti alla determinazione di u .

Il problema della determinazione di un controllore dinamico quando non viene misurata la velocità angolare e vi sono variazioni parametriche viene studiato in [C20], [C23] e [I8]. Più in dettaglio in [C20] si considera un problema di inseguimento di un riferimento di velocità quando si hanno variazioni della resistenza, mentre in [C23] e [I8] si considera il caso di inseguimento di traiettoria per la posizione angolare quando tutti i parametri del motore non sono noti o variano nel tempo. Tali problemi rientrano dunque nella problematica più ampia di sistemi con variazioni parametriche e di controtazione dalle variabili misurate. In particolare la riduzione del numero di sensori (per rendere più compatto l'attuatore), pone dei problemi pratici. Infatti senza la misura della velocità angolare, essa deve essere stimata sulla base della posizione angolare. Questo può non essere adatto nei casi in cui i rumori corrompono le misure della posizione angolare (ad esempio a basse velocità).

Utilizzando il modello (d, q) , in [C20] si considera la legge che realizza la linearizzazione ingresso-uscita ed il disaccoppiamento

$$u_{NL} = A^{-1} (v - \Gamma) = A^{-1} \begin{pmatrix} v_1 - \gamma_1 \\ v_2 - \gamma_2 \end{pmatrix}$$

(γ_i sono funzioni dello stato e dei parametri del sistema e v_i i nuovi ingressi). È però possibile implementare solo una sua stima, sicché alla fine si determina una dinamica di errore

$$\dot{e} = Ae + W(x)\delta$$

contenente un termine $W(x)\delta$ con δ il vettore degli errori di stima sulla resistenza e sulla velocità angolare. Utilizzando la funzione candidata

$$V = e^T P e + \delta^T K \delta$$

è possibile determinare le dinamiche di stima $\hat{R}, \hat{\omega}$ per le stime.

Più in generale in [C23], [I8] si considerano tutte le possibili incertezze parametriche, oltre alla controreazione dalle misure. Viene dapprima introdotto un sistema dinamico che realizza un osservatore ridotto per la velocità angolare e il momento resistente

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= -(\bar{k}_1 + \hat{\alpha}_2)\xi_1 - \xi_2 + \psi + \left(\bar{k}_2 - (\bar{k}_1 + \hat{\alpha}_2)\bar{k}_1\right)\vartheta - \mu_1 \\ \dot{\xi}_2 &= \mu_2 \\ \hat{\omega} &= \xi_1 + \bar{k}_1\vartheta \\ \hat{\alpha}_3 &= \xi_2 - \bar{k}_2\vartheta\end{aligned}$$

con le funzioni μ_1, μ_2, ψ da determinare. Utilizzando la seguente funzione di Lyapunov candidata, espressa in termini degli errori delle correnti i , posizione ϑ , velocità ω rispetto ai valori di riferimento, e della stima $\hat{\omega}$ di ω e degli errori di stima $\alpha_j - \hat{\alpha}_j$ sui parametri:

$$V(t, x) = \frac{1}{2} \left[\tilde{\vartheta}^2 + \tilde{\omega}^2 + \tilde{i}_q^2 + \tilde{i}_d^2 + (\omega - \hat{\omega})^2 + \frac{(\alpha_1 - \hat{\alpha}_1)^2}{\alpha_1} + \sum_{j=2}^5 (\alpha_j - \hat{\alpha}_j)^2 \right]$$

si determinano le varie dinamiche di stima dei parametri e della velocità angolare, fissando così le predette funzioni μ_1, μ_2, ψ . Le simulazioni mostrano le prestazioni del controllore così determinato.

In [C22] viene considerato il problema di controllo di coppia e di flusso di un motore *asincrono*, in cui alcuni parametri (le resistenze rotorica e statorica, il momento d'inerzia J e la coppia di carico C_l) si suppongono variabili rispetto ai valori nominali. Viene determinato un controllore adattativo, basato sulla conoscenza di tutto lo stato del sistema, mediante una funzione candidata di Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \frac{\tilde{C}^2}{M/L_r} + \frac{1}{2R_r} \begin{pmatrix} \tilde{\phi} & \dot{\tilde{\phi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 & q_2 \\ q_2 & q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\phi} \\ \dot{\tilde{\phi}} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \tilde{p} + \frac{1}{2} J \tilde{\omega}^2$$

con $\begin{pmatrix} q_1 & q_2 \\ q_2 & q_3 \end{pmatrix} > 0$, $\Gamma^{-1} = \Gamma^{-T} > 0$ e ove “ \sim ” indica l'errore rispetto al valore di riferimento/nominale (M, L_r, J sono parametri del sistema). Sotto le ipotesi che i riferimenti di coppia e flusso siano tali che $\phi_{ref} \in L_\infty, C_{ref} \in L_2 \cap L_\infty, \dot{C}_{ref} \in L_\infty$ e $\lim_{t \rightarrow \infty} C_{ref} = 0$ (questa ultima condizione è ovvia quando s'intende raggiungere una velocità imponendo una desiderata accelerazione), viene mostrato come gli errori siano tali che

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} \tilde{C} & \tilde{\phi} & \dot{\tilde{\phi}} & \tilde{\omega} \end{pmatrix} = 0$$

con identificazione della coppia di carico C_l . Le simulazioni confermano i risultati teorici.

In [C5] vengono studiate e comparate varie tecniche di controllo per un motore sincrono, quando vengono tenuti in conto gli effetti dovuti alla presenza dell'attuatore (inverter), della digitalizzazione della legge di controllo, e della presenza di ritardi nell'applicazione di tale legge, a causa del tempo di calcolo necessario. Vengono comparati diversi tipi di schemi di controllo, quali uno classico con una azione proporzionale ed una integrale e con disaccoppiamento non lineare mediante controreazione dallo stato, uno non lineare che assicura la linearizzazione e il disaccoppiamento delle dinamiche, ed infine uno di tipo “multirate”. Il modello adottato è quello nel riferimento (α, β) fisso con lo statore, che meglio si presta per la determinazione dei termini che compaiono nella legge “multirate”, in quanto, a differenza di quanto avverrebbe utilizzando il modello nel riferimento (d, q) fisso con il rotore, dà luogo a contributi che non si annullano a regime permanente.

Il controllore “multirate” viene calcolato in base al modello campionato del motore

$$x_d(k+1) = F_\delta(x_d(k), u_d(k)) = e^{\bar{\delta}X^1} \circ e^{\bar{\delta}X^2} (I_d)|_{x_d(k)}$$

con I_d la funzione identità, $e^{\bar{\delta}X^i}$, $i = 1, 2$ i flussi associati ai campi vettori $X^i = L_f(\cdot) + L_g(\cdot) u_{di}(k)$, e $\bar{\delta} = \delta/2$, ove δ è l'intervallo di campionamento. Vengono imposte le seguenti condizioni

$$\begin{aligned} e^{\bar{\delta}X^1} \circ e^{\bar{\delta}X^2} (h_1)|_{x_d(k)} &= e^{\delta X^c} (h_1)|_{x_d(k)} \\ e^{\bar{\delta}X^1} (h_1)|_{x_d(k)} &= e^{\bar{\delta}X^c} (h_1)|_{x_d(k)} \\ e^{\bar{\delta}X^1} \circ e^{\bar{\delta}X^2} (h_2)|_{x_d(k)} &= e^{\delta X^c} (h_2)|_{x_d(k)} \\ e^{\bar{\delta}X^1} \circ e^{\bar{\delta}X^2} (L_f h_2)|_{x_d(k)} &= e^{\delta X^c} (L_f h_2)|_{x_d(k)} \end{aligned}$$

con $X^c = L_f(\cdot) + L_g(\cdot) u(t)$, ossia si impone la riproduzione delle uscite h_1 e h_2 (1^a e 3^a equazione) e della derivata prima di h_2 (4^a equazione) negli istanti di campionamento e, per h_1 , in un sotto-intervallo di campionamento (2^a equazione) del comportamento ottenibile mediante la legge di controllo continua u (che dà luogo al flusso $e^{\delta X^c}$). Espandendo (in potenze di δ) ambo i membri, si calcolano iterativamente i termini delle due componenti del controllo digitale

$$u_{d1}(k) = u(k) + \sum_{i \geq 1} \frac{\bar{\delta}^i}{i!} u_{d1}^i(k), \quad u_{d2}(k) = u(k) + \sum_{i \geq 1} \frac{\bar{\delta}^i}{i!} u_{d2}^i(k)$$

arrestandosi ad una certa potenza di δ (riproduzione approssimata del comportamento continuo). Lo schema di controllo “multirate” permette di ottenere prestazioni migliori del semplice controllo non lineare digitalizzato; inoltre vengono superati i limiti del controllo classico relativamente al transitorio e alla risposta alle variazioni di carico. Vari tipi di correzioni permettono poi di ottenere prestazioni ancora migliori e di avere una comprensione intuitiva più profonda del ruolo giocato dal ritardo computazionale e dalla digitalizzazione di una legge di controllo nel deteriorare le prestazioni del sistema di controllo. Le tre tecniche vengono comparate mediante delle simulazioni che mettono in luce come variano le prestazioni del sistema di controllo al variare dello schema proposto.

Uno schema di controllo “multirate”, calcolato in maniera analoga al caso precedente, può essere applicato con successo anche ad un motore sincrono con un albero la cui flessibilità non è trascurabile e per il quale le specifiche riguardanti il posizionamento del carico sono stringenti ([C7]). Si considera un problema di posizionamento del carico, con eliminazione delle oscillazioni dovute alla flessibilità, e si vuole che la corrente abbia solo la componente utile per la determinazione della coppia elettromagnetica. Il modello considerato è ancora quello (α, β) . Lo schema “multirate” viene confrontato con altri schemi di controllo, quali quelli del controllo classico PID e non lineare.