

FONDAMENTI DELLE OPERAZIONI UNITARIE DELL'INDUSTRIA CHIMICA  
*Appunti guida per le lezioni A.A. 2015-2016- Professor Alberto Gallifuoco*

**APPUNTI GUIDA PER LE LEZIONI DEL CORSO DI  
FONDAMENTI DELLE OPERAZIONI UNITARIE DELL'INDUSTRIA CHIMICA  
Anno Accademico 2015-2016  
Prof. Alberto Gallifuoco**

### AVVERTENZE

Queste dispense costituiscono un supporto didattico aggiuntivo rispetto ai libri di testo che certamente non vogliono sostituire. Sarei particolarmente grato agli studenti se mi segnalassero gli immancabili errori, incongruenze, oscurità ed omissioni. Nel far questo, essi ricaveranno una duplice soddisfazione intellettuale: contribuiranno a migliorare la qualità della didattica che sarà offerta ai loro colleghi dei prossimi anni e dimostreranno a se stessi di comprendere e padroneggiare gli argomenti sviluppati nel corso.

La presenza di parole o frasi *in corsivo* indica che il concetto in esse contenuto è meritevole di particolare attenzione. I termini in [questo carattere](#) rimandano alle voci dell'allegato glossario.

## INTRODUZIONE

L'evoluzione della figura dell'ingegnere chimico può essere riferita a questa sintesi storica:

- FINE '800: L'industria chimica cresce in *dimensioni* ed in *complessità*. Il chimico da solo non è più in grado di fronteggiare tutte le situazioni. Sono richieste forti conoscenze di base integrate in chimica, in matematica ed in scienze applicate che consentano lo sviluppo di una [Ingegneria Chimica](#). Viene pertanto creata una figura professionale di Ingegnere in grado di dialogare costruttivamente con il chimico.
- ANNI '20: Le conoscenze raccolte sono rese sistematiche ed organizzate. Si studiano i [processi](#) e li si tratta in modo *unitario*. Si tratta di un approccio simile a quello adottato dalla chimica applicata ed industriale: vengono descritti in maniera complessiva le singole produzioni (es. H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, NH<sub>3</sub>, saponi, fertilizzanti, etc.)
- ANNI '50: Si riconosce che i singoli processi si compongono di [operazioni](#) che si ripetono comuni e vengono differentemente combinate tra loro. Si parla infatti di Operazioni Unitarie. ([Distillazione](#), [Estrazione](#), [Miscelazione](#), [Assorbimento](#), [Scambio termico](#)...). La parte dell'Ingegneria che si occupa del progetto e della gestione ottimale degli schemi ottenuti combinando le varie Operazioni Unitarie è l'Ingegneria di Processo.
- FINE '900: La petrolchimica va a finire, ed i grandi processi produttivi perdono conseguentemente di importanza sul mercato globale. Il mestiere dell'ingegnere chimico si evolve dalle spiccate capacità di *ottimizzare* i processi verso l'abilità di conferire alle produzioni *versatilità* e *flessibilità* per adattarle alle veloci variazioni imposte dal mercato contemporaneo. Nel bagaglio culturale dell'ingegnere chimico devono entrare a far parte specializzazioni al confine dell'interdisciplinarietà. In molte attività produttive, viene attualmente richiesta la capacità di interagire con altre figure professionali: il *fisico* (*scienza e tecnica dei nuovi materiali*) ed il *biologo* (*biotecnologie industriali*). Le moderne lavorazioni industriali fanno sorgere *nuove* operazioni unitarie.

In ciascuna Operazione Unitaria hanno luogo fenomeni di [trasporto](#) che ne sono il fondamento. Questi fenomeni sono studiati scorporandoli dalle operazioni unitarie secondo l'approccio adottato dai corsi di *Principi*. La *Termodinamica* ci ha insegnato i limiti entro cui i processi possono avvenire. L'applicazione di queste nozioni ai bilanci di materia intorno alle operazioni unitarie viene trattata a livello di base (senza cioè giungere alla progettazione dell'apparecchiatura vera e propria) nel presente corso di FONDAMENTI DELLE OPERAZIONI UNITARIE DELL'INGEGNERIA CHIMICA.

## CONCETTI BASILARI

### Generalità

I reattori costituiscono solo una piccola parte degli impianti chimici industriali. La maggior parte delle apparecchiature svolge infatti compiti di **trasferimento** di *materia* (ed anche di *energia e quantità di moto!*) fra **fasi** diverse e di *separazione* di queste senza che in esse avvengano trasformazioni chimiche. Le variazioni di composizione sono quindi dovute al trasporto di componenti tra fasi diverse a contatto. Risulta quindi essenziale studiare i principi su cui si basa il funzionamento delle apparecchiature dell'industria chimica nelle quali si realizza il contatto tra fasi diverse ed il trasferimento di determinate entità da una fase all'altra.

Affinché si abbia un processo di separazione devono generalmente verificarsi le seguenti condizioni:

- 1) esistono almeno due componenti diversi;
- 2) esistono almeno due fasi a contatto;
- 3) esiste una **forza spingente** netta non nulla che promuove il trasferimento tra le fasi;
- 4) a trasferimento avvenuto le fasi devono essere agevolmente separabili

Il punto 2) ha delle eccezioni, per esempio la separazione per diffusione di composti gassosi di isotopi dell'uranio oppure la separazione per diffusione termica: in questi casi il gas che costituisce la miscela è ovviamente una sola fase. Si tratta però di tecniche di separazione abbastanza speciali nel panorama dei processi industriali, e pertanto non ne verrà dato dettaglio in questa sede.

A titolo di esempio di quanto detto, si consideri una soluzione acquosa di acido acetico posta a contatto con etere isopropilico: essendo quest'ultimo non miscibile con l'acqua e meno denso, i due liquidi si stratificano e rimangono separati dalla superficie di contatto (figura 1).

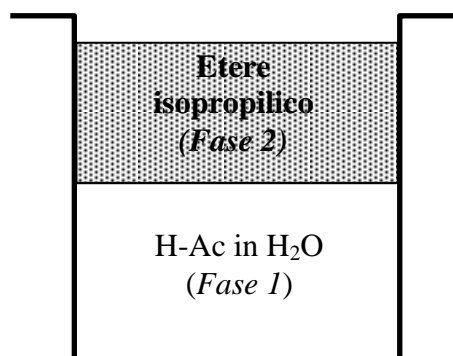


Figura 1

Osserveremo *due* tendenze al trasferimento: l'acido acetico (e l'acqua!) verso l'etere, e questo verso la soluzione acquosa. I movimenti di materia sono promossi dalla differenza di *potenziale chimico* che i componenti hanno nelle due fasi a contatto: la forza spingente è

FONDAMENTI DELLE OPERAZIONI UNITARIE DELL'INDUSTRIA CHIMICA  
*Appunti guida per le lezioni A.A. 2015-2016- Professor Alberto Gallifuoco*

massima all'inizio e nulla alla fine, in condizioni di equilibrio. Si osservi che se uno dei componenti di una fase ha una tendenza *preferenziale* a trasferirsi nell'altra e le due fasi sono facilmente *separabili*, allora esso può essere recuperato dalla miscela. L'analisi *termodinamica* del sistema fornisce indicazioni sui *limiti* del trasferimento e permette di predire la *direzione* del trasporto di materia che si realizza nel dispositivo di separazione: nel caso in esame, risulta che l'etere sarà *arricchito* in acido. L'ingegnere chimico deve però fornire anche la risposta alla domanda su *quanto tempo* occorrerà per ottenere un certo grado di separazione: ne consegue che saremo anche interessati alle *velocità* di trasferimento tra le fasi. In tal senso, l'acido migrerà verso l'etere tanto più velocemente quanto maggiore sarà la *superficie di contatto* tra le due fasi e il dispositivo di Figura 1 migliorerà senz'altro le sue prestazioni se si introdurrà un organo meccanico di agitazione che favorirà la dispersione di una fase all'interno dell'altra.

Gli impianti chimici di grossa **produttività** lavorano in *continuo*. Le condizioni variano da punto a punto dell'impianto, ma sono costanti nel tempo. Il tempo non è così una variabile se non durante i **transitori** (**start-up**, **shut-down**, variazioni delle condizioni al contorno) e la *velocità di trasferimento* tra le fasi fissa le *dimensioni* dell'apparecchiatura.

Per piccole produttività è più conveniente caricare l'intero ammontare di materiale nell'apparecchiatura, processarlo sul posto e rimuovere il prodotto. L'operazione è di tipo **batch**, avviene tutta in transitorio e la velocità di trasferimento tra le fasi ne fissa la *durata*.

Gli schemi di flusso tra correnti influenzano le prestazioni delle apparecchiature continue. Immaginiamo di avere una corrente di mercurio caldo e di volerla raffreddare ponendola in contatto con una corrente di acqua fredda. Il contatto tra le fasi che fluiscono può essere realizzato in modo che il fluido freddo e quello caldo si muovano nella *stessa direzione* lungo l'apparecchiatura (**equicorrente**) oppure in direzione *opposta* (**controcorrente**). Gli schemi ed i relativi profili qualitativi di temperatura sono illustrati in Figura 2.

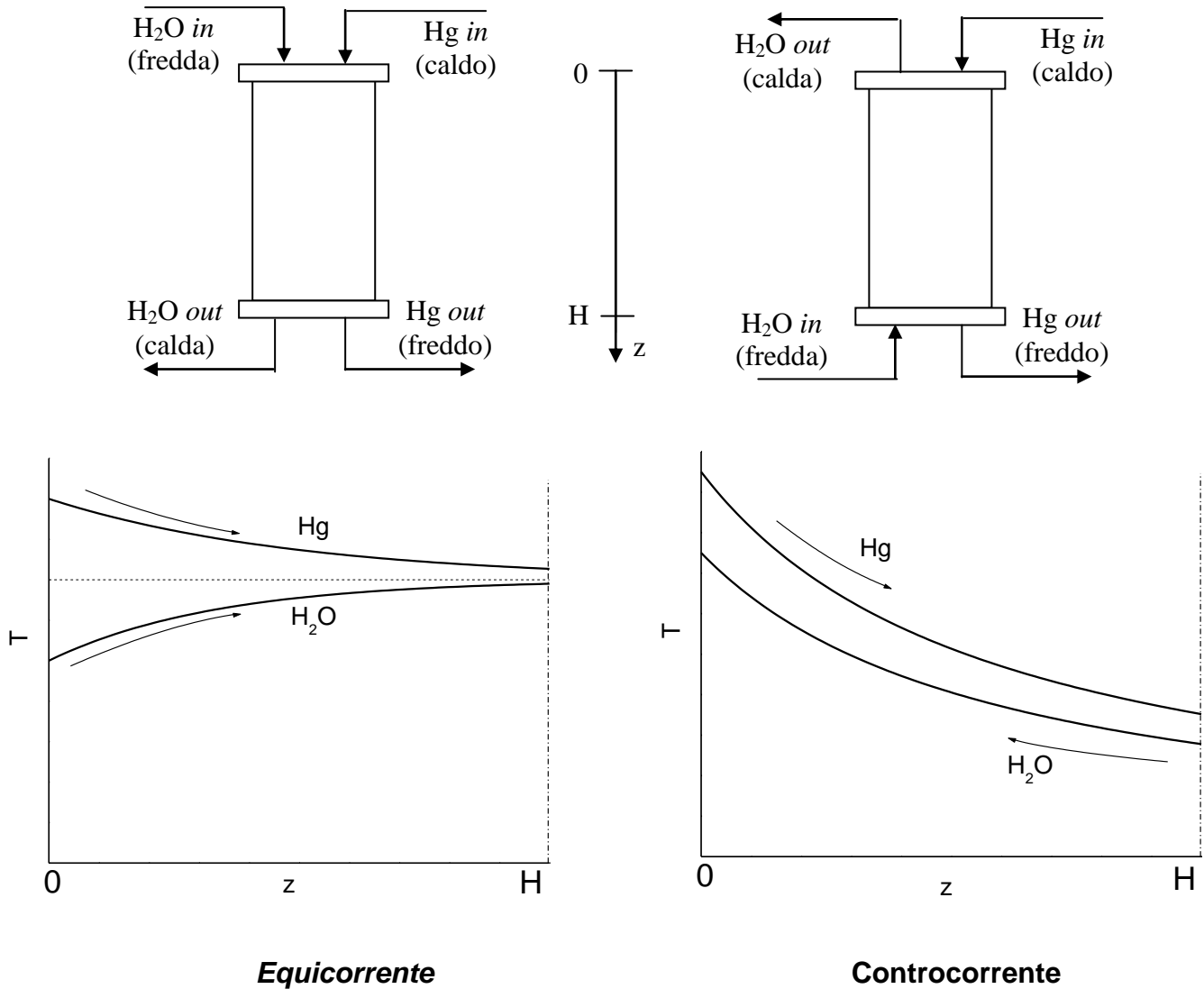


Figura 2

In generale, la controcorrente realizza in ogni sezione dell'apparecchiatura la più alta possibile forza spingente (in questo esempio, la *differenza di temperatura* tra i due fluidi) ed il trasferimento fra le fasi è quindi più efficace. Al tendere della lunghezza  $H$  all'infinito, in *equicorrente* si realizza l'equilibrio termico tra le due fasi: la posizione dell'asintoto comune sarà quindi dettata dal bilancio *entalpico*. In *controcorrente*, al crescere di  $H$  l'acqua potrà scaldarsi fino ad uscire alla temperatura di ingresso del mercurio (sempre che non si verificano passaggi di fase) ed il mercurio raffreddarsi sino alla temperatura di ingresso dell'acqua.

La migliore metodologia di analisi delle operazioni unitarie è di stabilire il [modello fisico](#), descriverne il funzionamento con un [modello matematico](#) e ricavarne i concetti

fondamentali unificanti. A tal fine, risultano molto utili due differenti idealizzazioni concettuali.

In uno **stadio di equilibrio (SE)** il trasferimento tra le fasi poste a contatto evolve fino alla condizione di equilibrio e successivamente le due correnti sono separate dall'apparecchiatura. Un dispositivo *reale* verrà valutato in base alla *frazione di trasferimento* che in esso si verifica rispetto a quello che si sarebbe ottenuto in uno stadio ideale di equilibrio. Matematicamente lo SE si traduce in una *equazione alle differenze finite* che collega le concentrazioni in ingresso di una certa proprietà da trasferire con quelle di equilibrio in uscita dal dispositivo. Molto spesso l'equazione è risolta *graficamente*.

In alternativa, si può ricorrere al concetto di *velocità di trasferimento*: si individua un'equazione che risolta fornisce la velocità di trasferimento tra le correnti in contatto. Moltiplicando quest'ultima per il **tempo di contatto** tra le fasi si stimano le quantità trasferite. Matematicamente, si perviene ad un'equazione differenziale da integrare rigorosamente o, se non possibile, da trattare in termini di condizioni *medie*.

In condizioni di contatto continuo tra le fasi la velocità di trasferimento è descritta formalmente dall'equazione:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} = \beta \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} \quad 1)$$

dove  $\Gamma$  rappresenta la *concentrazione* della proprietà in trasferimento,  $\theta$  il tempo,  $x$  la distanza misurata *in direzione* del trasporto e  $\beta$  una costante di proporzionalità specifica. Nelle situazioni tipiche dei processi dell'ingegneria chimica, spesso  $\beta$  *non è realmente costante* e la 1) non è facilmente risolvibile. Una possibilità è allora di mediare le condizioni di funzionamento ed andare alle differenze finite. Molto comune è l'impiego del seguente approccio:

$$\text{Velocità di trasferimento} = \frac{\text{Forza spingente/Distanza unitaria}}{\text{Resistenza/Unità di area}} \quad 2)$$

Esempio tipico ne è il ben noto caso di trasferimento di energia interfase solido-fluido (Figura 3):

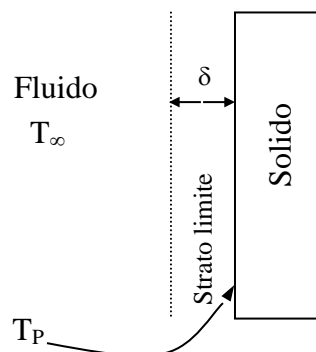


FIGURA 3

La potenza termica scambiata tra le fasi è:

$$Q = S \cdot h \cdot \Delta T = S \frac{k}{\delta} (T_p - T_\infty) = \frac{(T_p - T_\infty) / \delta}{\frac{1/k}{S}} \quad (3)$$

### Trasferimento di materia tra le fasi

Ora si utilizzerà un esempio pratico per illustrare dei concetti di base a validità generale. Si immagini di voler rimuovere dell'ammoniaca presente in aria mettendo questa a contatto con acqua liquida in un recipiente chiuso nel quale si realizzano condizioni di temperatura e pressione totale costanti (Figura 4).

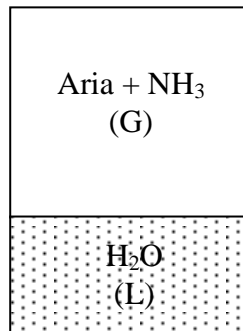


FIGURA 4

L'ammoniaca è molto solubile in acqua e si trasferirà dal gas a quella liquida fino a che il potenziale chimico nelle due fasi sarà uguale e la velocità netta di scambio nulla. *Indicando con "A" il componente che si considera nel trasferimento: all'equilibrio corrisponderà allora una coppia di valori di frazione molare nel liquido e nel gas ( $x_A, y_A$ ) che individua la **partizione** tra le fasi dell'ammoniaca. Parte dell'acqua vaporizzerà trasferendosi da L a G e l'aria (l'ossigeno più l'azoto e gli altri gas componenti) si scioglierà nell'acqua. L'entità di questi trasferimenti può in prima approssimazione trascurarsi rispetto a quello dell'ammoniaca e pertanto non li porteremo in conto. Se di aggiungiamo altra ammoniaca alla fase gassosa, è chiaro che parte di questa si trasferirà nel liquido dando luogo ad una nuova composizione di equilibrio. Se il sistema è isoterma ed isobara, ad ogni valore di  $x_A$  corrisponderà un solo valore di  $y_A$  e potremo costruire una *curva di equilibrio su un diagramma di partizione*.*

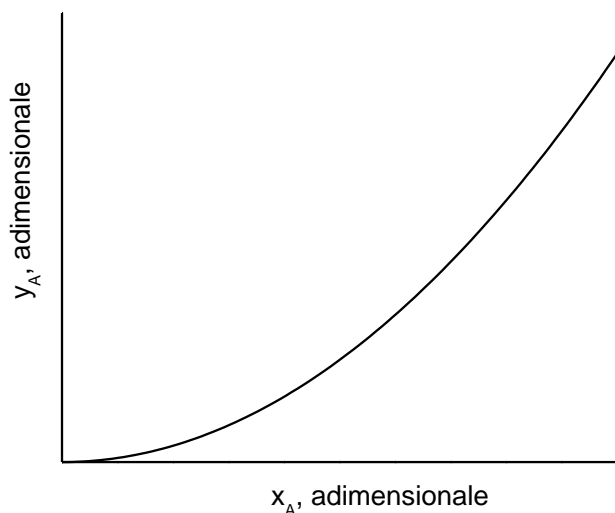


FIGURA 5



Questa operazione unitaria di **assorbimento** si potrebbe realizzare industrialmente in una *colonna a pareti bagnate* (Figura 6).

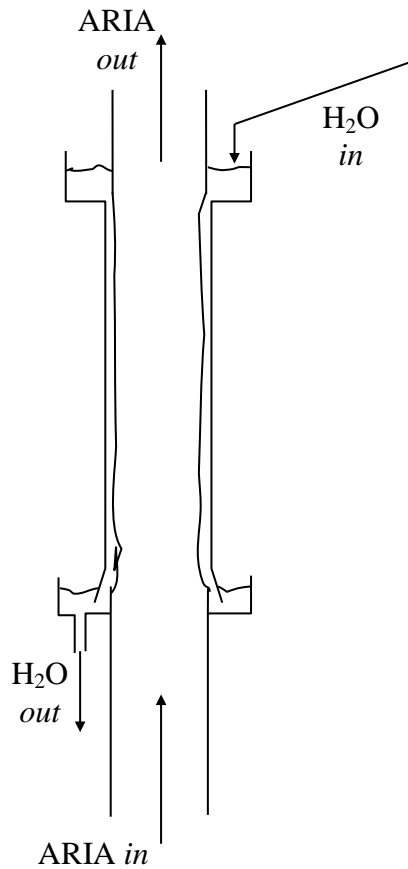


FIGURA 6

Le condizioni di scambio fra le due fasi a contatto variano da sezione a sezione nella colonna. *Localmente*, ossia ad un certo punto lungo l'asse dell'apparecchiatura, possiamo visualizzare i fenomeni con il modello del *doppio film*. I profili di concentrazione lato G e lato L subiscono una caduta dovuta alla resistenza al trasporto nei rispettivi **strati limite**. Gli andamenti ipotizzabili sono riprodotti in Figura 7.

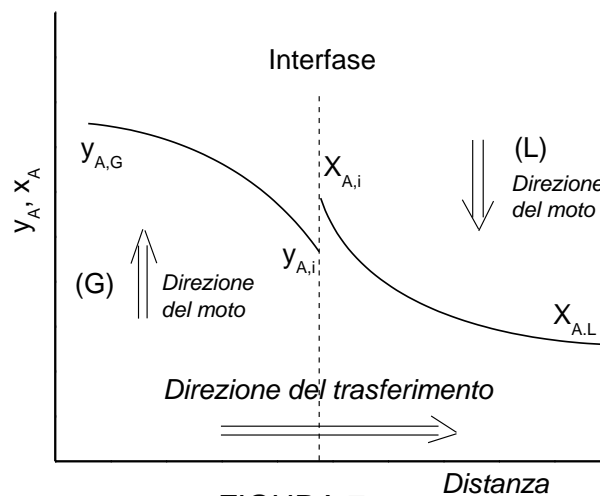


FIGURA 7

Si fa l'ipotesi che l'interfase *non opponga resistenza* al trasferimento e che  $x_{A,i}$  e  $y_{A,i}$  siano *valori di equilibrio*. Pertanto essi giacciono sulla curva di Figura 5 ed eguagliano il potenziale chimico dell'ammoniaca ai due lati dell'interfase. Ciò è corretto nella gran parte delle situazioni pratiche ma non quando la velocità di trasferimento è molto elevata.

Non ci può essere accumulo di materia sull'interfaccia, che essendo una superficie è priva di volume proprio. Allo stato stazionario il flusso di ammoniaca proveniente dal **bulk** della fase G deve quindi essere uguale a quello valutato verso il bulk della fase L.

$$N_A = k_y(y_{A,G} - y_{A,i}) = k_x(x_{A,i} - x_{A,L}) \quad 4)$$

ovvero:

$$\frac{(y_{A,G} - y_{A,i})}{(x_{A,L} - x_{A,i})} = -\frac{k_x}{k_y} \quad 5)$$

Esiste poi la relazione di equilibrio fra le fasi:

$$y_{A,i} = f(x_{A,i}) \quad 6)$$

Il sistema 4) - 6) risolve il calcolo di  $N_A$ . Ciò può essere condotto anche graficamente:

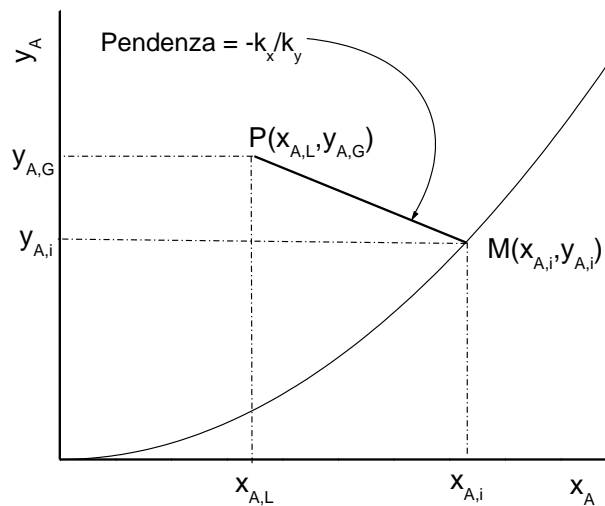


FIGURA 8

Le condizioni di interfase non sono usualmente determinabili, mentre nel bulk delle due fasi la misura è agevole. Si preferisce quindi eliminare i valori di interfaccia dalle equazioni per il calcolo del flusso della specie "A".

A tal scopo, ci si riferisce alle frazioni molari nelle due fasi che *farebbero* equilibrio ai rispettivi valori di bulk. Questo è possibile perché la curva di equilibrio è monotona e stabilisce una corrispondenza biunivoca tra le  $x_A$  e le  $y_A$ .

Si introducono pertanto dei valori fittizi contraddistinti dall'asterisco (\*) secondo quanto illustrato dal diagramma di Figura 9.

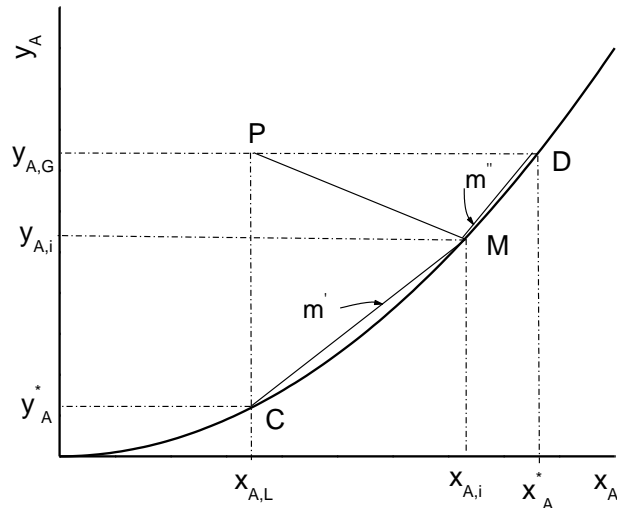


FIGURA 9

In base al grafico sussiste questa relazione:

$$y_{A,G} - y_A^* = (y_{A,G} - y_{A,i}) + (y_{A,i} - y_A^*) = (y_{A,G} - y_{A,i}) + m'(x_{A,i} - x_{A,L}) \quad 7)$$

Il flusso di materia  $N_A$  può essere espresso in termini *globali*:

$$N_A = K_y (y_{A,G} - y_A^*) \quad 8)$$

Utilizzando poi le 4) si può ricavare:

$$\frac{N_A}{K_y} = \frac{N_A}{k_y} + \frac{m' N_A}{k_x} \quad 9)$$

e, in definitiva:

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{m'}{k_x} \quad 10)$$

Analogamente può essere ottenuta riferendosi ad un coefficiente globale calcolato in fase L:

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{m'' k_y} \quad 11)$$

Le relazioni 10)-11) sono di estrema importanza, perché consentono di trattare il problema introducendo delle resistenze in serie ed impiegando dei coefficienti di trasporto globali. Nei casi in cui  $k_x$  è dello stesso ordine di grandezza di  $k_y$  si possono fare ulteriori considerazioni. Se la curva di equilibrio è *piatta* ( $m' \ll 1$ ), a significare che piccole concentrazioni di A in G equilibrano elevate concentrazioni in L, (= "A" è molto solubile nel liquido) il secondo addendo della 10) è trascurabile:

$$\frac{1}{K_y} \approx \frac{1}{k_y} \Leftrightarrow (y_{A,G} - y_A^*) \approx (y_{A,G} - y_{A,i}) \quad 12)$$

In questo caso migliorare la fluidodinamica dal lato L non migliora granché il coefficiente globale perché la resistenza al trasporto non diminuisce significativamente. È facile vedere che se  $m'' \gg 1$  (curva di equilibrio impennata, "A" poco solubile in L, allora il coefficiente globale calcolato in fase L è pressoché indifferente alle resistenze in fase G ed alle eventuali migliorie fluidodinamiche realizzate in essa. In ogni caso, la maggior parte della resistenza al trasporto è allocata nella fase in cui il componente è *poco solubile*. Usualmente  $k_x$  è più sensibile a variazioni di temperatura rispetto a  $k_y$ : se si osserva quindi che il  $K_y$  dipende sensibilmente dalla T, è presumibile che controlli la resistenza dal lato L.

L'analisi precedente è realizzata in termini *locali*, cioè vale in una determinata *sezione* dell'apparecchiatura. Per riferirsi a condizioni *medie* e calcolare i relativi *coefficienti globali medi di trasferimento*, a rigore occorrerebbe che lungo tutta la colonna si verificasse la *costanza e l'eguaglianza di  $m'$  ed  $m''$* , ovvero che la legge di equilibrio fosse *lineare*.

### Coefficienti di trasferimento di materia

Per il calcolo dei flussi di materia tra le fasi è necessario possedere adeguate espressioni per la stima dei coefficienti di trasferimento.

In un sistema a due componenti sussiste la seguente equazione costitutiva per il flusso della specie "A":

$$N_A = (N_A + N_B) \frac{c_A}{c} - \mathcal{D}_{A,B} \frac{dc_A}{dz} \quad 13)$$

dove  $z$  è la *direzione* in cui avviene il trasporto e  $c$  la concentrazione *totale* presente nel sistema, supposta *costante*. Allo stato stazionario e con  $\mathcal{D}_{A,B}$  costante è possibile integrare separando le variabili. Con ovvie notazioni:

$$\int_{c_{A1}}^{c_{A2}} \frac{-dc_A}{N_A c - c_A (N_A + N_B)} = \frac{1}{c \mathcal{D}_{A,B}} \int_{z_1}^{z_2} dz \quad 14)$$

Posto  $z = z_2 - z_1$  si ottiene:

$$\frac{1}{N_A + N_B} \ln \left[ \frac{N_A c - c_{A2} (N_A + N_B)}{N_A c - c_{A1} (N_A + N_B)} \right] = \frac{z}{\mathcal{D}_{A,B} \cdot c} \quad 15)$$

La 15) può essere scritta in forma esplicita rispetto al flusso della specie "A" moltiplicando membro a membro per  $N_A$  e raggruppando al secondo membro il termine contenente la diffusività:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{D_{A,B} \cdot c}{z} \ln \left[ \frac{N_A / (N_A + N_B) - c_{A2}/c}{N_A / (N_A + N_B) - c_{A1}/c} \right] \quad (16)$$

Nel caso di fasi gassose, ove possibile, risulta più utile introdurre la legge dei gas perfetti ottenendo:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} \frac{D_{A,B} \cdot p_T}{RTz} \ln \left[ \frac{N_A / (N_A + N_B) - y_{A2}}{N_A / (N_A + N_B) - y_{A1}} \right] \quad (17)$$

con  $p_T$  pressione totale della fase gassosa.

Sia nella 16) che nella 17) per poter calcolare il flusso della specie "A" occorre specificare quello dell'altra sostanza. In molti casi la relazione tra i due flussi è dettata da considerazioni chimiche e fisiche sul funzionamento del sistema. Ad esempio, nel *cracking* del metano a contatto con una superficie catalitica, allo stato stazionario la **stechiometria** della reazione fornisce la relazione cercata (Figura 10)

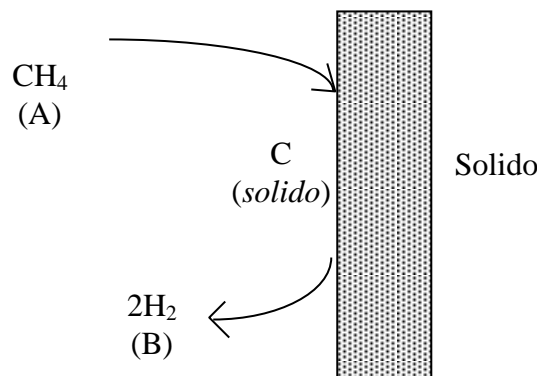


FIGURA 10

Si vede chiaramente che in questo caso deve essere:

$$N_A = -\frac{1}{2}N_B \Rightarrow \frac{N_A}{(N_A + N_B)} = -1 \quad (18)$$

Nei processi di separazione ricorrono molto spesso due situazioni semplificate.

La specie "B" non controdiffonde

E' questo ad esempio il caso di aria ed ammoniaca a contatto con acqua. Trascurando la vaporizzazione dell'acqua e la solubilizzazione dell'aria nel liquido,  $N_B$  è nullo e la 17) diviene:

$$N_A = \frac{D_{A,B} \cdot p_T}{RTz} \ln\left(\frac{p_T - p_{A2}}{p_T - p_{A1}}\right) = \frac{D_{A,B} \cdot p_T}{RTz} \ln\left(\frac{p_{B2}}{p_{B1}}\right) \quad 19)$$

La 19) può essere ulteriormente manipolata per far comparire la pressione parziale di B *media logaritmica* ( $p_{Bm}$ ). A tal fine, poiché  $p_{B2} - p_{B1} = p_{A1} - p_{A2}$ , si ottiene:

$$N_A = \frac{D_{A,B} \cdot p_T}{RTz} \frac{(p_{A1} - p_{A2})}{p_{Bm}} \quad 20)$$

La specie "B" controdiffonde equimolecolarmente.

Questo caso si presenta di frequente nelle distillazioni. Si verifica che  $N_A = -N_B$  e l'espressione per il flusso di "A" si ottiene direttamente integrando l'equazione costitutiva 13) semplificata eliminando il primo addendo a destra. Si ricava:

$$N_A = \frac{D_{A,B}}{RTz} (p_{A1} - p_{A2}) \quad 21)$$

Le condizioni di contatto tra le fasi che si realizzano nelle apparecchiature dell'ingegneria chimica sono tali di instaurare regimi turbolenti, per i quali il meccanismo di trasporto non è così ben compreso come nel caso delle diffusione molecolare. L'approccio adottato è allora di individuare opportuni coefficienti di trasporto di materia. Una prima possibilità è di conservare il formalismo dell'equazione 16) definendo un coefficiente di trasferimento *locale* (= valido in un certo punto dell'interfase) F tale che risulti:

$$N_A = \frac{N_A}{N_A + N_B} (F) \ln\left[\frac{N_A/(N_A + N_B) - c_{A2}/c}{N_A/(N_A + N_B) - c_{A1}/c}\right] ; \quad F = \frac{D_{A,B} \cdot c}{z} \quad 22)$$

Il corrispettivo coefficiente *globale* si ottiene ovviamente *mediando* le condizioni di interfase lungo tutta l'apparecchiatura. I due casi particolari di contatto precedentemente sviluppati sono così caratteristici del funzionamento delle apparecchiature che per essi si definiscono opportuni coefficienti di trasferimento, tutti basati sulla formulazione:

$$\text{FLUSSO} = (\text{COEFFICIENTE}) \left( \begin{array}{c} \text{DIFFERENZA DI} \\ \text{CONCENTRAZIONE} \end{array} \right) \quad 23)$$

A seconda della formulazione impiegata per esprimere le concentrazioni si ricavano dei corrispondenti modi per definire i coefficienti di trasferimento.

La specie "B" non controdiffonde

$$N_A = \begin{cases} k_G(p_{A1} - p_{A2}) = k_y(y_{A1} - y_{A2}) = k_c(c_{A1} - c_{A2}) & \text{Gas} \\ k_L(c_{A1} - c_{A2}) = k_x(x_{A1} - x_{A2}) & \text{Liquidi} \end{cases} \quad 24)$$

La specie "B" controdiffonde equimolecolarmente.

$$N_A = \begin{cases} k'_G(p_{A1} - p_{A2}) = k'_y(y_{A1} - y_{A2}) = k'_c(c_{A1} - c_{A2}) & \text{Gas} \\ k'_c(c_{A1} - c_{A2}) = k'_x(x_{A1} - x_{A2}) & \text{Liquidi} \end{cases} \quad 25)$$

Le relazioni 24) - 25) introducono dei coefficienti di trasferimento di materia, secondo il formalismo della relazione 23), che possono essere messi in relazione con i casi di diffusione molecolare esaminati in precedenza. I  $k_c$  equivalgono a  $\mathcal{D}_{A,B}/z$ , secondo l'integrazione della 13) priva del termine convettivo di insieme. In generale, l'uso dei coefficienti "k" è opportuno laddove il trasferimento di materia non è eccessivamente veloce. In altri casi, è preferibile passare attraverso la definizione del coefficiente "F" Ad esempio, confrontando la 22), con la 17) e la 20) si ricava:

$$F = k_G p_{B,m} \quad 26)$$

Nei casi di controdiffusione equimolare, infine, si ottiene direttamente:

$$\begin{aligned} F &= k'_x \quad (\text{liquidi}) \\ F &= k'_y \quad (\text{gas}) \end{aligned} \quad 27)$$

Bilanci di materia

La forza spingente per il trasferimento tra le fasi *varia: nel tempo*, per le apparecchiature discontinue; *lungo l'apparecchiatura*, per le operazioni in continuo. Le variazioni di concentrazione che si verificano nel bulk delle fasi a contatto vengono calcolate attraverso l'uso di opportuni bilanci di materia.

In quanto segue verranno formalizzate le procedure per effettuare i bilanci nelle situazioni che si incontrano praticamente sugli impianti chimici.

Equicorrente, stato stazionario

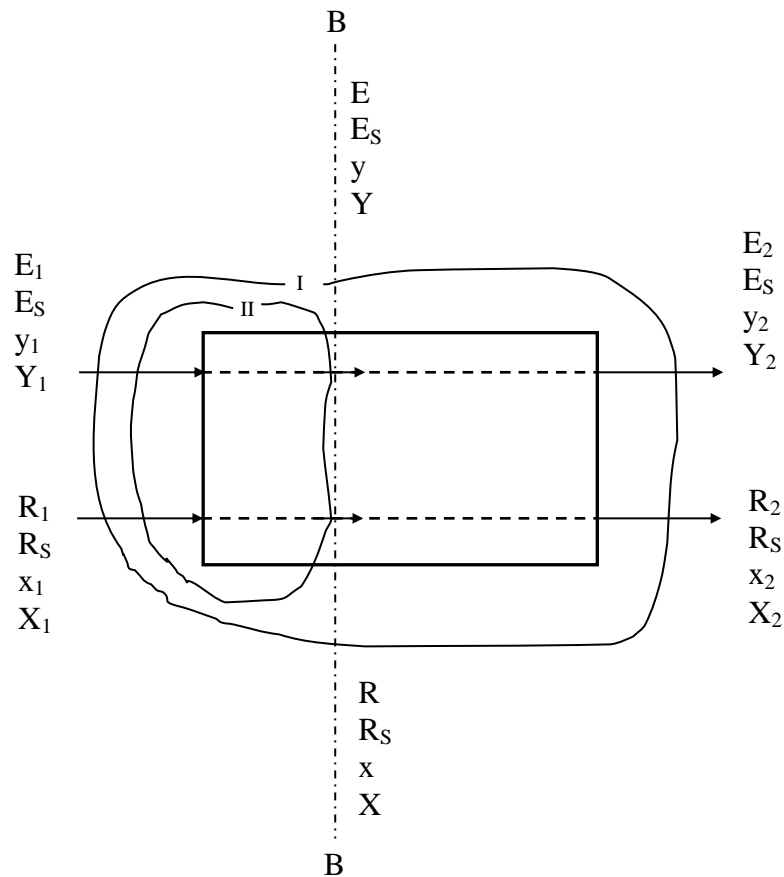


FIGURA 11

Con riferimento alla Figura 11, l'apparecchiatura è rappresentata dal rettangolo, le due fasi immiscibili "E" e "R" sono a contatto e la *sola specie "A"* diffonde da R verso E. Il pedice "1" sta per ingresso, il "2" per uscita dall'apparecchiatura. R e E sono le portate molari totali delle fasi, il pedice "S" individua il solvente che non viene trasferito, x e y le frazioni molari del soluto in trasferimento, X e Y i *rapporti molari* (moli di "A"/moli di non-A). Si osservi che il solvente passa indisturbato attraverso l'apparecchiatura e la sua portata molare non varia tra ingresso ed uscita. Non così per il soluto, che arricchirà la fase "E" a scapito dell'impovertimento della "R". I rispettivi rapporti e portate molari in ingresso ed uscita non saranno pertanto uguali. Il bilancio di materia su "A" si imposta intorno alle sezioni individuate dalle due linee di contorno I e II, portando in conto tutte le correnti attraversate dalle linee stesse come entranti od uscenti a seconda del verso di flusso attraverso i contorni.

$$R_1 x_1 + E_1 y_1 = R_2 x_2 + E_2 y_2 \quad 28)$$

IN                      OUT

In base alla definizione di rapporto molare, poi, è facile vedere che è:



$$R_1 x_1 = R_s \frac{x_1}{1-x_1} = R_s X_1 \quad 29)$$

E analogamente per gli altri termini. Si perviene quindi alla:

$$R_s(X_1 - X_2) = E_s(Y_2 - Y_1) \quad 30)$$

La 30) individua nel piano (X, Y) il segmento di retta passante per (X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>) e (X<sub>2</sub>, Y<sub>2</sub>) e di pendenza -R<sub>s</sub>/E<sub>s</sub>. Facendo invece riferimento alla linea chiusa II, si ricava il bilancio di materia su "A" fra l'ingresso e la generica sezione dell'apparecchiatura:

$$R_s(X_1 - X) = E_s(Y - Y_1) \quad 31)$$

Anche la 31) è l'equazione di una retta, passante per il generico punto (X,Y) e della stessa pendenza. Poiché essa ha un punto in comune con il segmento 30), non può che essere la stessa retta. Nel piano (X, Y) è possibile tracciare anche la relazione di equilibrio tra le fasi.

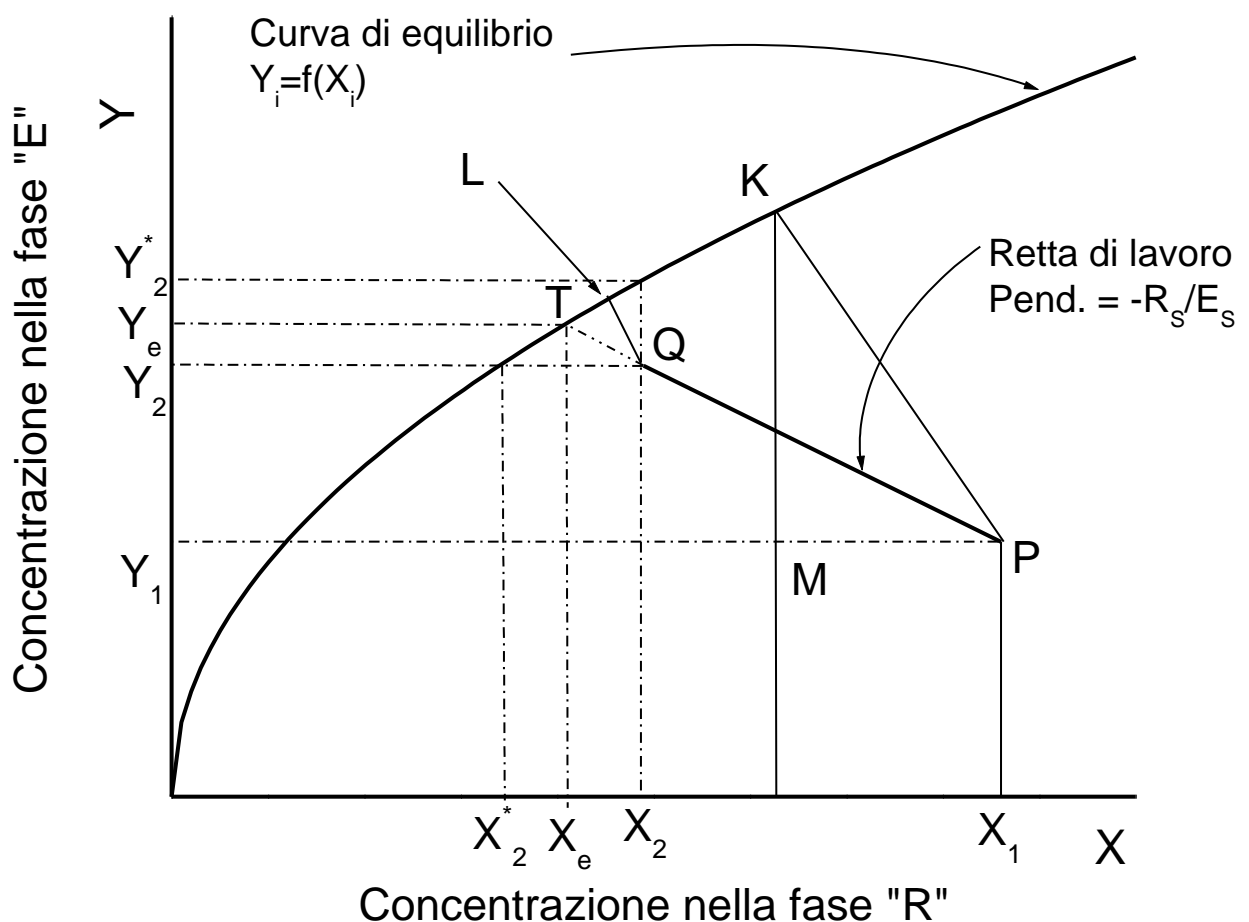


FIGURA 12

La Figura 12 illustra i calcoli che si effettuano negli stadi di separazione e pertanto va studiata con estrema attenzione, comprendendone a fondo ogni suo aspetto.

FONDAMENTI DELLE OPERAZIONI UNITARIE DELL'INDUSTRIA CHIMICA  
*Appunti guida per le lezioni A.A. 2015-2016- Professor Alberto Gallifuoco*

*PQ è la retta di lavoro*: il punto *P* rappresenta le condizioni in *ingresso*, *Q* quelle in *uscita*. Punti interni al segmento sono rappresentativi della composizione di bulk delle due fasi in una certa sezione all'interno dell'apparecchiatura.

*PK* rappresenta la *forza spingente* all'ingresso (distanza del punto in ingresso dalla curva di equilibrio, ovvero dalle condizioni di interfase). *KM* e *PM*, rispettivamente, misurano la forza spingente *nelle fasi "E" e "R"*. La *forza spingente residua all'uscita* è rappresentata da *QL*.

Il punto *T* verrebbe raggiunto all'uscita di uno stadio di equilibrio, ossia con un'apparecchiatura reale sufficientemente lunga da garantire il tempo di contatto necessario (al limite, infinito).

Si osservi che, se il *senso* del trasporto di materia fosse *dalla fase "E" alla fase "R"*, la linea di lavoro giacerebbe *dall'altro lato delle curva di equilibrio, cioè al disopra di essa*.

E' fondamentale comprendere che la linea *PQ* è *retta* perché il bilancio di materia da cui proviene è basato sui rapporti molari e sulle quantità *E<sub>s</sub>* e *R<sub>s</sub>* che *non variano lungo l'apparecchiatura*. Se il bilancio fosse effettuato in termini di frazioni molari, o in qualsiasi altra forma di concentrazione proporzionale ad esse, ad esempio la pressione parziale, otterremmo una **curva di lavoro**. Viceversa, per ogni operazione nel corso della quale le *portate totali sono invariate* mentre le composizioni cambiano a causa del trasferimento di materia, il bilancio rende la linea di lavoro retta se questa è rappresentata in funzione delle frazioni molari.

Controcorrente, stato stazionario

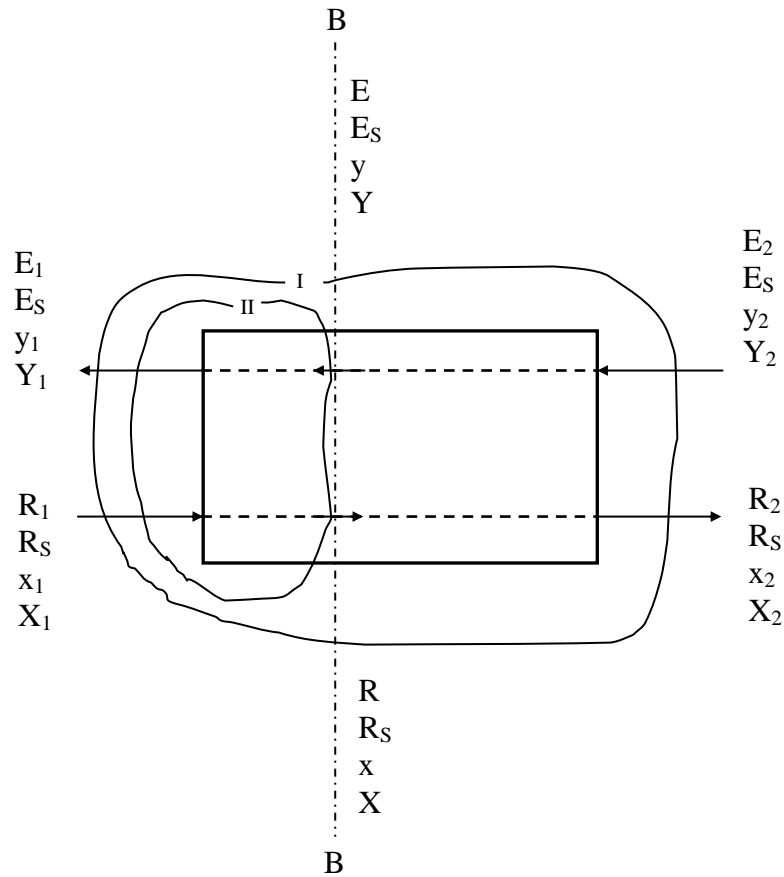


FIGURA 13

L'unica cosa che varia rispetto allo schema di Figura 11 è il senso di scorrimento della corrente "E", mentre le simbologie sono invariate per i pedici. Il bilancio di materia intorno alla linea di contorno "I" fornisce:

$$R_1 x_1 + E_2 y_2 = R_2 x_2 + E_1 y_1 \quad 32)$$

*In*                      *Out*

La 32) può poi essere messa nella forma:

$$R_s (X_1 - X_2) = E_s (Y_1 - Y_2) \quad 33)$$

E, analogamente, si ottiene la corrispondente relazione per il bilancio intorno al contorno "II" sulla generica sezione interna all'apparecchiatura:

$$R_s (X_1 - X) = E_s (Y_1 - Y) \quad 34)$$

La 33) rappresenta nel piano (X, Y) un segmento di retta di pendenza  $R_s/E_s$  e giacente al disotto della curva di equilibrio se la specie "A" migra dalla fase "R" alla fase "E" e al disopra nel caso opposto.

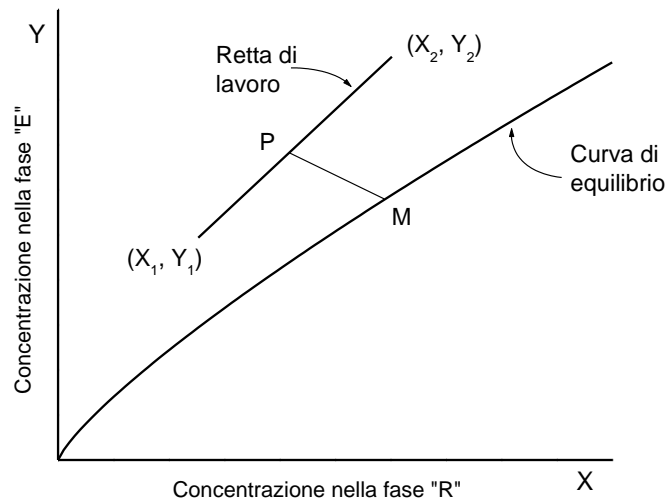


FIGURA 14

In una certa sezione dell'apparecchiatura le condizioni equivalgono a quelle definite dalle coordinate del punto P della retta di lavoro (Figura 14). La forza spingente nella sezione è rappresentata dalla distanza PM dalla curva di equilibrio misurata su un segmento la cui pendenza dipende dal rapporto relativo tra le resistenze al trasporto nelle due fasi. Si osservi che la forza spingente varia di sezione in sezione: se la retta di lavoro toccasse in un qualche punto la curva di equilibrio, allora lì la forza spingente sarebbe nulla ed il tempo richiesto per il trasferimento di materia infinito. E' evidente che la pendenza ( $= R_s/E_s$ ) della retta di lavoro che dia luogo al contatto con la curva di equilibrio è un valore limite del rapporto fra le portate delle due fasi.

Come nel caso di flussi equicorrente, la linea di lavoro è retta o curva in dipendenza delle modalità di espressione del bilancio, ovvero di quale siano le unità di concentrazione scelte, e delle modalità di trasporto di materia tra le fasi.

Il bilancio intorno alla linea "II" può essere riscritto in questi termini:

$$E y - R x = E_1 y_1 - R_1 x_1 \quad (35)$$

Il primo membro della 35) rappresenta la velocità netta di passaggio del soluto "A" verso sinistra alla sezione B-B (Figura 13). Il secondo membro, invece, computa la velocità netta di uscita del soluto "A" dall'estremità sinistra dell'apparecchiatura, ovvero la differenza in - out che allo stato stazionario è costante. Ma la sezione B-B è stata presa in un punto arbitrario dell'apparecchiatura. Ne viene che in ogni punto della retta di lavoro la portata netta di "A" è costante.

Efficienza dello stadio effettivo

Lo schema di Figura 11 è ovviamente quello di un'apparecchiatura equicorrente a singolo stadio: se questo fosse di *equilibrio*, le due correnti ne uscirebbero alla composizione individuata dal punto T nella Figura 12. L'efficienza dello stadio reale può essere calcolata come frazione del *trasferimento totale* che effettivamente si realizza nello stadio (in Figura 12, il rapporto tra il segmento QP e quello TP). Tuttavia, viene più di frequente impiegata una ulteriore espressione per l'efficienza di trasferimento, detta di Murphree, (EM) che è *diversa* per le due fasi. Sempre con riferimento alla Figura 11:

$$E_{M,E} = \frac{Y_2 - Y_1}{Y_2^* - Y_1} \quad \text{Fase "E"} \quad 36)$$

$$E_{M,R} = \frac{X_1 - X_2}{X_1 - X_2^*} \quad \text{Fase "R"}$$

Si osservi che in equicorrente *non è possibile* che la fase "E" esca a concentrazioni *superiori* a  $Y_e$ , né che la "R" esca *più impoverita* rispetto al *valore limite*  $X_e$ . Le definizioni 36), pur essendo pertanto arbitrarie, risultano molto utili come valori di riferimento. Le efficienze riferite alle due fasi a contatto non sono in generale uguali. Se la relazione di equilibrio è lineare [  $m = (Y_2^* - Y_2)/(X_2 - X_2^*)$  ], si dimostra che vale:

$$E_{M,E} = \frac{E_{M,R}}{E_{MR}(1-S)+S} = \frac{E_{M,R}}{E_{MR}(1-1/A)+1/A} \quad 37)$$

Dove  $A = R_s/mE_s$  è detto *fattore di assorbimento*, ed il reciproco  $S = mE_s/R_s$  è il *fattore di strippaggio*.

Le operazioni *batch* sono per definizione a *singolo stadio*: l'efficienza tende al 100% (punto T sul diagramma di Figura 12) per tempi di processo infinito.

Un gruppo di stadi continui interconnesso si dice una cascata. L'efficienza globale risulta allora definita come il *numero di stadi di equilibrio* a cui la cascata *equivale* diviso per il numero di stadi *effettivi* di cui è composta. Ovviamente, una cascata in equicorrente non potrà mai equivalere a più di *uno* stadio di equilibrio. Per attingere ad efficienze più elevate, l'interconnessione fra gli stadi dovrà realizzare la controcorrente, oppure la disposizione a correnti incrociate (cross-flow).

Cascata in cross-flow

Si consideri lo schema di flussi rappresentato in Figura 15. In ciascuno dei tre stadi il flusso delle due fasi avviene in equicorrente. La fase "R" attraversa in serie tutti gli stadi, incontrando in ciascuno di essi la fase "E" *fresca*. Si osservi che le portate  $E_s$  hanno *pedice* da *uno* a *tre* poiché esse possono *diverse* per ciascuno stadio. Il bilancio di materia nei

singoli stadi è ovviamente quello già visto e la costruzione del relativo diagramma di distribuzione delle fasi (Figura 16) è ovvia.

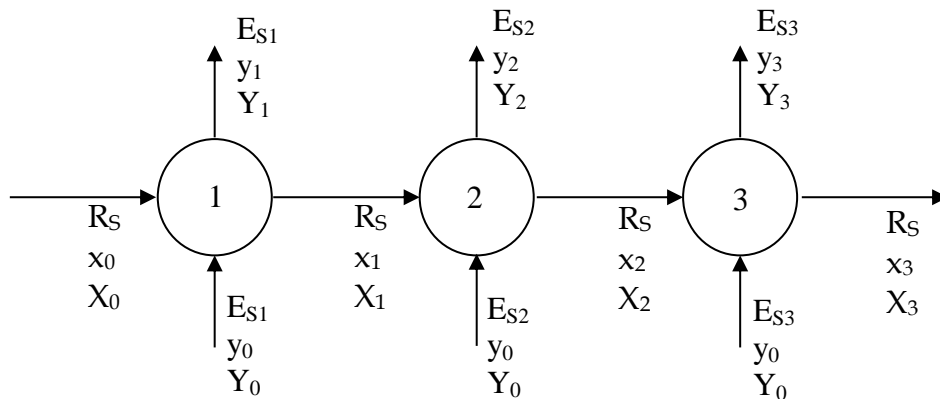


FIGURA 15

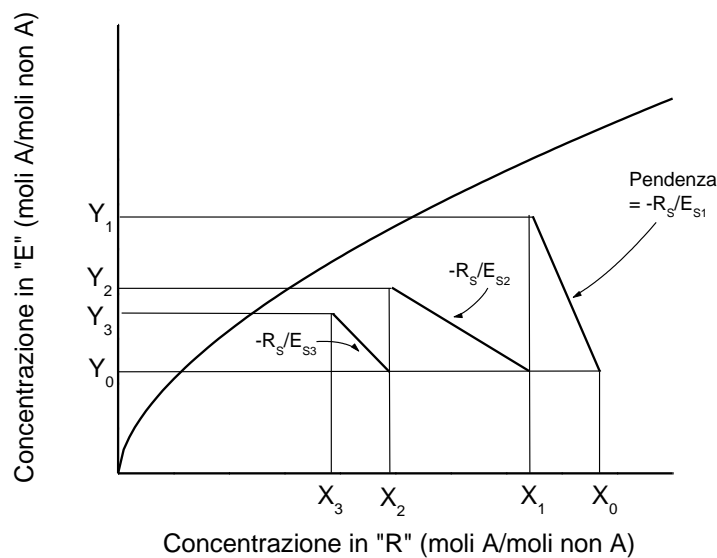


FIGURA 16

Questo tipo di disposizione è talvolta adottato per [l'assorbimento](#), [l'essiccazione](#), [l'estrazione](#) e la [lisciviazione](#), ma molto raramente per le altre operazioni unitarie.

### Cascata in controcorrente

$N_P$  stadi *ideali in equicorrente* possono essere arrangiati in una *cascata controcorrente* secondo lo schema di flusso di Figura 17 e le relative risultanze sono illustrate nel diagramma di Figura 18.

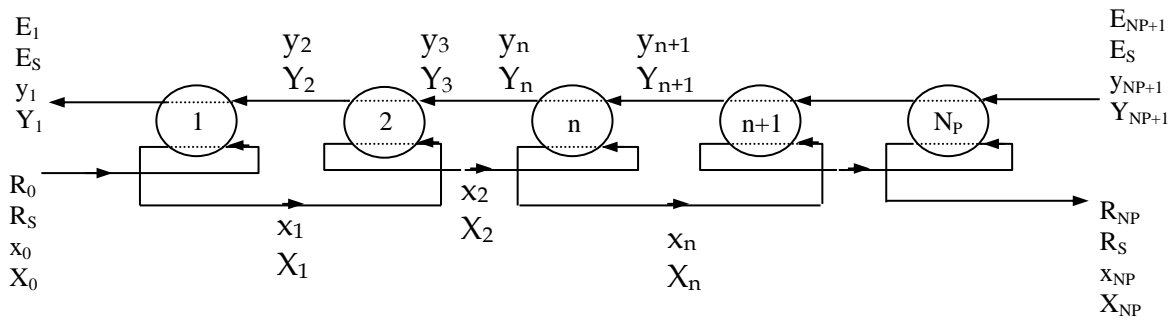


FIGURA 17

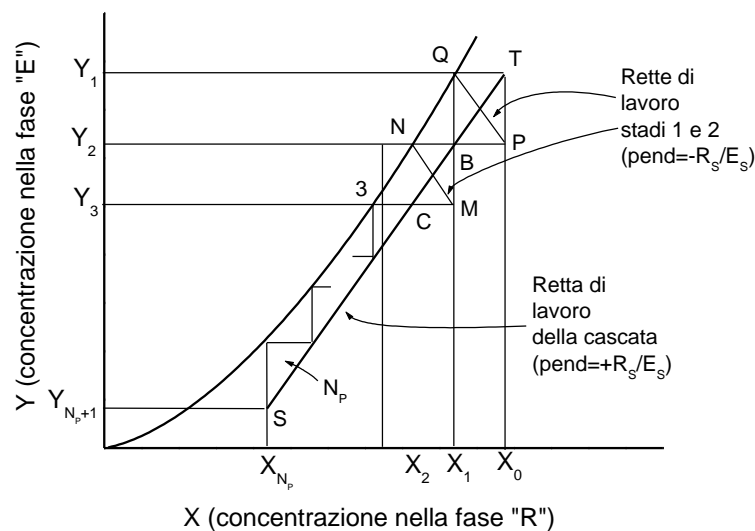


FIGURA 18

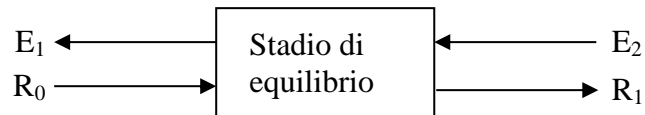
Si osservi che in Figura 18 tutte le rette di lavoro dei singoli stadi toccano la curva di equilibrio, essendo questi ideali. La linea TS è la retta di lavoro della cascata e le composizioni delle correnti intermedie tra stadi attigui della cascata sono rappresentate dai punti B, C, etc. su di essa. La linea spezzata a gradini TQBNCS...S consente di calcolare il numero di stadi di equilibrio necessari per la separazione. Si osservi che, se la retta di lavoro della cascata fosse tangente in un punto alla curva di equilibrio, avremmo in tal punto un **pinch** (restringimento) per valicare il quale occorrerebbero in teoria infiniti stadi.

La determinazione grafica illustrata in Figura 18 permette il calcolo del numero di stadi necessari ad espletare una certa separazione in via generale. Nei casi in cui la legge di equilibrio sia *lineare* (retta passante per l'origine degli assi del diagramma di partizione: ad esempio, la legge di Henry) è possibile la soluzione *analitica* del problema.

Dal complesso delle argomentazioni sviluppate in quanto precede, dovrebbe essere molto chiaro che ciascun processo di trasferimento può essere caratterizzato dal punto di vista del numero di stadi equivalenti o da quello della velocità di trasferimento. Anche per un processo in cui si realizzi il *contatto continuo*, e quindi non in stadi successivi intervallati dalla separazione delle fasi, si può però calcolare un *numero equivalente di stadi di equilibrio*. Ciò richiede infatti solo la relazione di equilibrio e i bilanci di materia.

INTRODUZIONE AI CALCOLI INTORNO AGLI STADI DI EQUILIBRIO

I calcoli si possono effettuare sia analiticamente che graficamente. L'approccio grafico è più veloce soprattutto nel caso di stadi multipli. I calcoli sono applicabili a qualunque tipologia di equilibrio con le dovute modifiche. In quanto segue verrà fatto riferimento alla notazione tipica dell'estrazione liquido-liquido.



All'interno dello stadio le due correnti in ingresso (di componenti a, b, e c) danno origine ad una miscela  $\Sigma$ .

Bilanci di materia:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Globale} & R_0 + E_2 = \Sigma \\
 \text{Su "a"} & R_0 x_{a0} + E_1 y_{a2} = \Sigma z_a \\
 \text{Su "b"} & R_0 x_{b0} + E_1 y_{b2} = \Sigma z_b
 \end{array} \quad 1)$$

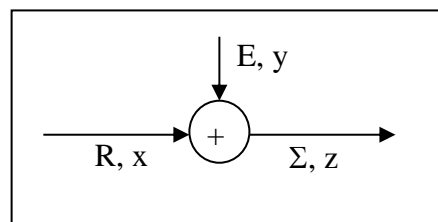
Dove R, E e  $\Sigma$  sono rispettivamente gli ammontare totali (massa o moli) delle correnti in ingresso (*raffinato* ed *estratto*) e della miscela e x, y, z le corrispondenti concentrazioni in frazioni (in massa od in moli).

Le 1) consentono il calcolo della quantità e della composizione della miscela. Se il punto " $\Sigma$ " rappresentativo di questa cade in una zona bifasica del diagramma, la miscela si separa nelle due fasi  $R_1$  e  $E_1$ , la cui composizione si legge sull'involuppo delle fasi mediante una linea connodale (tie line) e le cui quantità sono determinate dai bilanci di materia:

$$\begin{array}{l}
 \Sigma = R_1 + E_2 \\
 \Sigma z_a = R_1 x_{a1} + E_2 y_{a2} \\
 \Sigma z_b = R_1 x_{b1} + E_2 y_{b2}
 \end{array} \quad 2)$$

La composizione delle correnti che lasciano lo stadio di equilibrio è dettata anche dal rapporto di alimentazione  $L_0/E_2$  che determina a sua volta la posizione del punto " $\Sigma$ ".

Somma di due correnti



Combinando le prime due delle equazioni 1) si ha:



$$R_0 x_{a0} + E_2 y_{a2} = (R_0 + E_2) z_a \quad 3)$$

Risolvendo rispetto a  $z_a$  si ottiene:

$$z_a = \frac{R_0 x_{a0}}{R_0 + E_2} + \frac{E_2 y_{a2}}{R_0 + E_2} = \frac{\frac{R_0}{E_2}}{\frac{R_0}{E_2} + 1} x_{a0} + \frac{1}{\frac{R_0}{E_2} + 1} y_{a2} \quad 4)$$

$$z_a \left( \frac{R_0}{E_2} + 1 \right) = \frac{R_0}{E_2} x_{a0} + y_{a2}$$

$$\frac{R_0}{E_2} = \frac{y_{a2} - z_a}{z_a - x_{a0}}$$

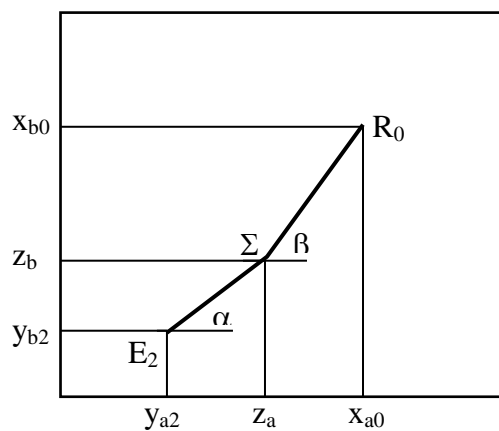
E, con riferimento al componente "b", si otterrà similmente:

$$\frac{R_0}{E_2} = \frac{y_{b2} - z_b}{z_b - x_{b0}} \quad 5)$$

Combinando l'ultima delle 4) con la 5) si ha la relazione:

$$\frac{y_{a2} - z_a}{z_a - x_{a0}} = \frac{y_{b2} - z_b}{z_b - x_{b0}} \quad 6)$$

Il punto " $\Sigma$ " deve trovarsi sul segmento che unisce i punti "E" ed "R" (i due angoli  $\alpha$  e  $\beta$  devono essere uguali).

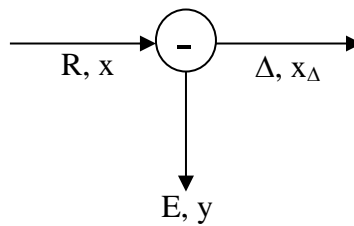


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{z_b - y_{b2}}{z_a - y_{a2}}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x_{b0} - z_b}{x_{a0} - z_a}$$

Dall'equazione 6) discende immediatamente che i due angoli sono uguali. La posizione del punto somma delle due correnti si troverà determinata dalla regola della leva in base al rapporto di alimentazione  $R_0/E_2$ .

### Sottrazione di due correnti



Quando una corrente in ingresso si smiscela in altre due in uscita si hanno bilanci di materia simili al caso della somma:

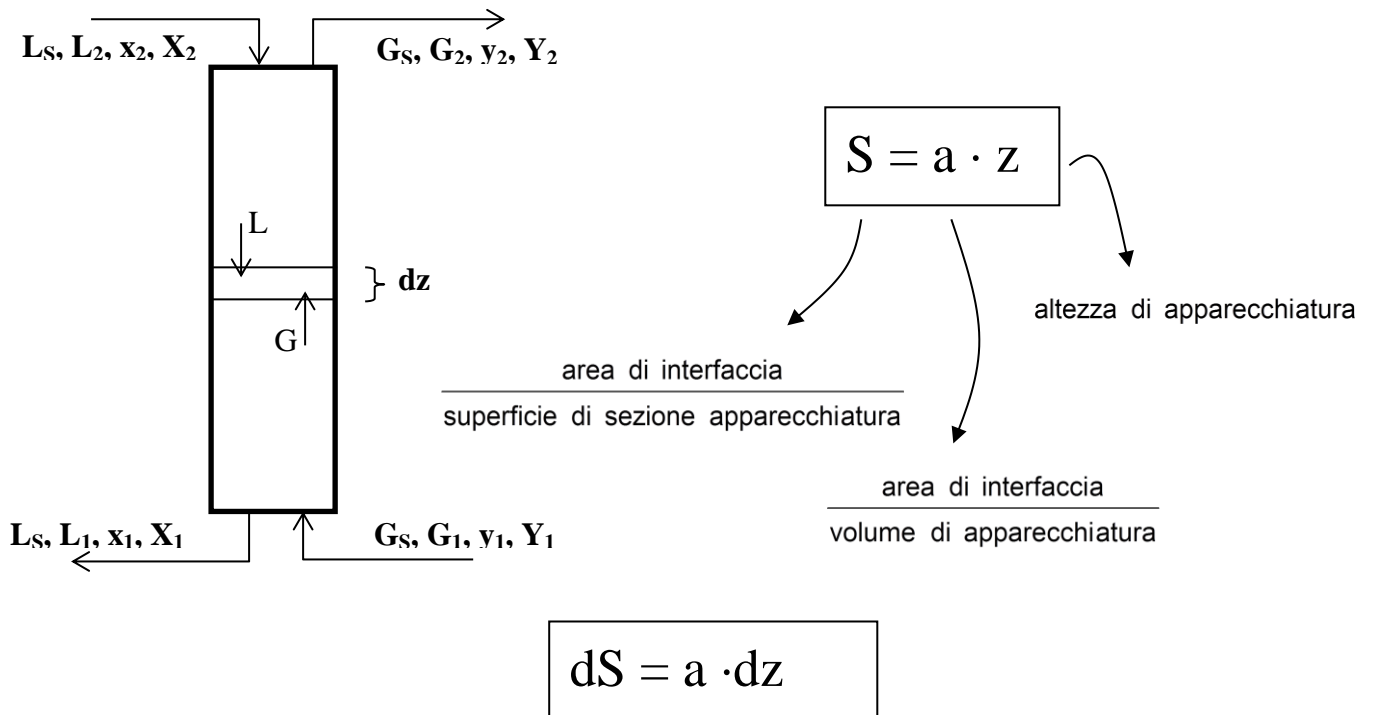
$$\Delta = R - E$$

$$\Delta x_{\Delta} = Rx - Ey$$

Il processo può essere visto come la somma  $R = \Delta + E$ . Il punto "Δ" si troverà sul *prolungamento* del segmento che unisce "R" a "E", alla distanza dettata dalla regola della leva.

**ALTEZZA UNITARIA DI TRASFERIMENTO**  
 e  
**NUMERO DI UNITA' DI TRASFERIMENTO**

Si faccia riferimento alla colonna di *assorbimento* schematizzata in figura ed ai simboli ad essa associati. Il contatto ed il trasferimento tra le fasi avviene su una superficie di interfaccia che è considerata distribuita sull'intera altezza dell'apparecchiatura. E' pertanto possibile operare in termini differenziali e pervenire alle opportune forme di integrazione lungo la *coordinata assiale z*.



Le portate  $G$  ed  $L$  sono espresse in termini di moli per unità di sezione di apparecchiatura e di tempo; trattandosi di assorbimento, risulta  $N_B = 0$ .

$$N_A = \frac{d(Gy)}{a \cdot dz} = F_G \ln\left(\frac{1-y_i}{1-y}\right)$$

Arrows from the equation point to the following definitions:

- $\frac{\text{moli di "A" assorbite}}{\text{area}_{\text{interf.}} \cdot \text{tempo}}$  (indicated by an arrow pointing to the left)
- $\frac{\text{moli di "A"}}{\text{area}_{\text{app.}} \cdot \text{tempo}} \frac{\text{area}_{\text{app.}}}{\text{area}_{\text{interf.}}}$  (indicated by an arrow pointing to the right)

Il prodotto  $(Gy)$  è valutato facendo ricorso alla portata di solvente  $G_s$  ed alle proprietà del differenziale. Ovvero:

$$d(Gy) = d\left(G_S \frac{y}{1-y}\right) = G_S \frac{dy}{(1-y)^2} = \frac{G}{1-y} dy$$

$$d(Gy) = d\left(G_S \frac{y}{1-y}\right) = G_S \frac{dy}{(1-y)^2} = \frac{G}{1-y} dy$$

$$z = \int_0^z dz = \int_{y_2}^{y_1} \frac{G dy}{F_G a (1-y) \ln\left(\frac{1-y_i}{1-y}\right)}$$

E, utilizzando l'identità  $y - y_i = (1-y_i) - (1-y)$

$$z = \int_{y_2}^{y_1} G \frac{(1-y_i) - (1-y)}{\ln\left(\frac{1-y_i}{1-y}\right)} \frac{1}{F_G a (1-y)(y-y_i)} dy$$

$$z = \int_{y_2}^{y_1} \frac{G}{a F_G} \frac{(1-y)_{i,ml}}{(1-y)(y-y_i)} dy$$

Altezza Unitaria di Trasferimento lato gas (**Height of Transfer Unit**):

$$HTU_G = \frac{G}{F_G a} = \frac{G}{k_y a (1-y)_{i,ml}} = \frac{G}{K_G a P_t (1-y)_{i,ml}}$$

$$z = \int_{y_2}^{y_1} HTU_G \frac{(1-y)_{i,ml}}{(1-y)(y-y_i)} dy \cong HTU_G \times NTU_G$$

$$NTU_G = \int_{y_2}^{y_1} \frac{(1-y)_{i,ml}}{(1-y)(y-y_i)} dy$$

**NTU**: numero di unità di trasferimento lato gas (**Number of Transfer Units**).

Nei casi in cui la media logaritmica può essere approssimata con quella aritmetica si ha:

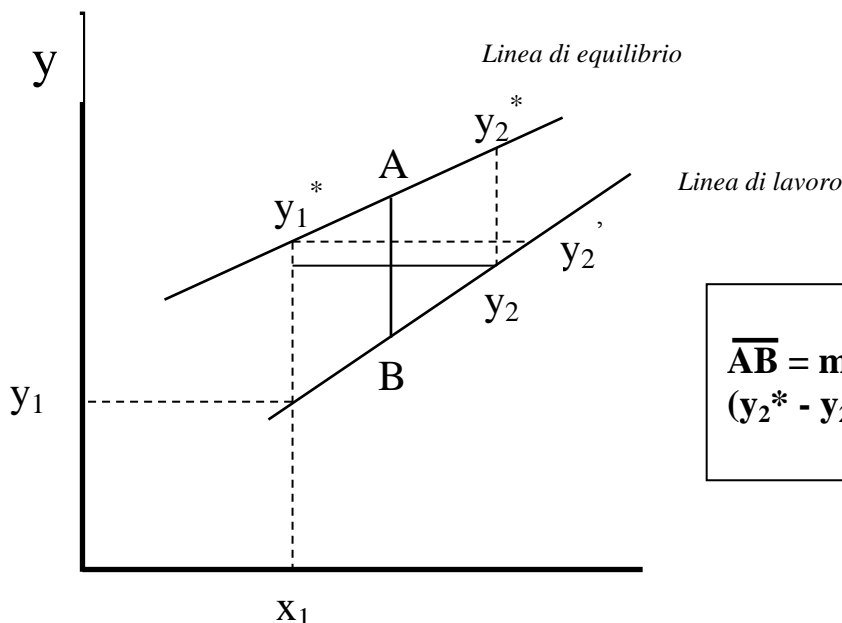
$$(1-y)_{i,ml} \cong \frac{(1-y_i)+(1-y)}{2} = \frac{2(1-y)+(y-y_i)}{2}$$

$$NTU = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y-y_i} + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1-y_2}{1-y_1} \right)$$

SOLUZIONI DILUITE  $\cong 0$

$$F_G a \cong k_y a$$

Analoghi calcoli portano allo stesso valore di "z" utilizzando le relazioni "lato liquido".  
 Quando l'integrale dell'NTU<sub>G</sub> risulta pari ad uno, l'HTU<sub>G</sub> può essere vista come l'altezza di apparecchiatura necessaria a variare la composizione della fase gassosa di una quantità pari alla *forza spingente media* disponibile nella stessa fase.



$\overline{AB}$  = media fra le forze spingenti  
 ( $y_2^* - y_2$ ) e ( $y_1^* - y_1$ )

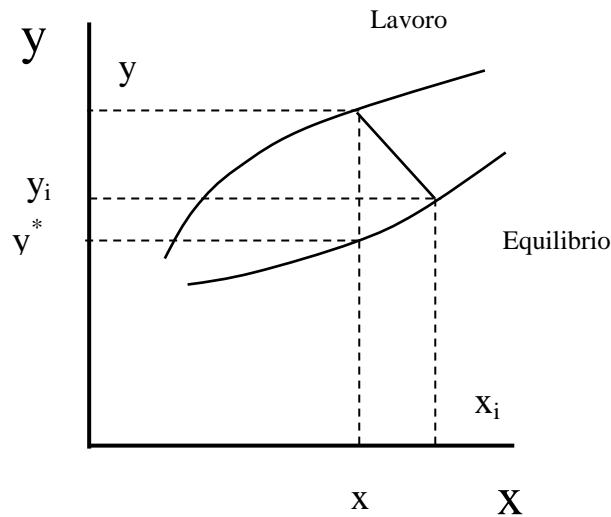
$$(y^* - y)_m = \frac{\int_{y_1}^{y_2} dy}{\int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y^* - y}}$$

In caso di linearità  
 di equilibrio e lavoro  $\Rightarrow$

$$(y^* - y)_m = \frac{(y_1^* - y_1) + (y_2^* - y_2)}{2}$$

Si può definire un NTU<sub>G</sub> globale (overall):

$$NTU_{G,overall} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{(1-y)_{i,ml}}{(1-y)(y^* - y)} dy$$



Il calcolo dell'HTU<sub>G</sub> per le apparecchiature impaccate è condotto in analogia al caso di mezzo omogeneo:

$$\frac{1}{K_y a} = \frac{1}{k_y a} + \frac{m'}{k_x a}$$

$$\frac{G}{K_y a (1-y)_{ml}} = \frac{G}{k_y a (1-y)_{ml}} + \frac{m' G}{L} \frac{(1-x)_{ml}}{(1-x)_{ml}} \frac{1}{(1-y)_{ml}} \frac{1}{k_x a}$$

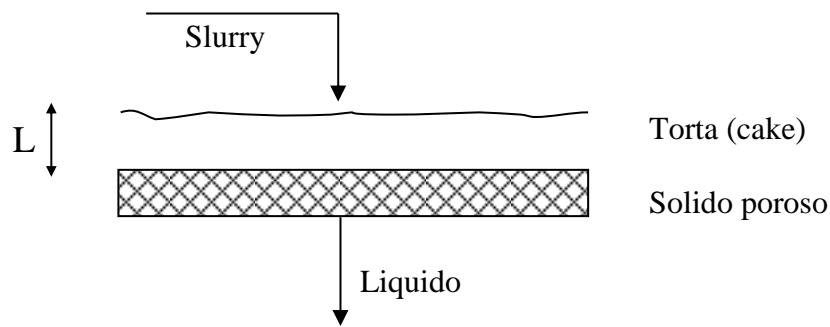
$\cong 1$

$$HTU_{G,overall} = HTU_G + \frac{m' G}{L} HTU_L$$

**ELEMENTI INTRODUTTIVI SULLE SEPARAZIONI MECCANICHE**

**FILTRAZIONE**

La **filtrazione** è un processo di separazione basata sul flusso di un sistema bifasico L-S o G-S attraverso un mezzo poroso.



Ipotesi: moto laminare:

$$\frac{\Delta P}{L} = 180 \frac{(1-\epsilon)^2 \mu v_s}{\epsilon^3 D_p^2}$$

$$D_p = \frac{6}{A_p / V_p} = \frac{6}{S_0}$$

$$L(1-\epsilon) = \frac{wV}{A\rho_s}$$

$\epsilon$	Porosità della torta
$\mu$	Viscosità dello slurry
$v_s$	Velocità superficiale
$D_p$	Diametro particelle
$V_p$	Volume particelle
$S_0$	Superficie specifica

$$\frac{\Delta P}{L} = 5 \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} \mu v_s S_0^2$$

$$v_s = \frac{(\Delta P)\epsilon^3}{5L\mu L_0^2(1-\epsilon)^2} = \frac{1}{A} \left( \frac{dV}{dt} \right)$$

**BILANCIO DI MATERIA**

<b>A</b>	Area sezione trasversa
<b>V</b>	Volume di filtrato
$\rho_s$	Densità del solido
<b>w</b>	Massa solido/volume slurry

$$\underbrace{LA(1-\epsilon)\rho_s}_{\text{Massa di solido}} = w(V + \epsilon LA)$$

Volume di liquido nella torta (*trascurabile*)

$$\frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{(\Delta P)\epsilon^3}{5 \frac{wV}{A\rho_s} \mu(1-\epsilon)S_0^2} = \frac{(\Delta P)}{\alpha \frac{\mu w V}{A}}$$

$$\alpha = \frac{5(1-\varepsilon)S_0^2}{\varepsilon^3 \rho_S}$$

*Resistenza specifica della torta*

L'apparecchiatura in sé offre una sua resistenza addizionale  $R$  al passaggio del liquido sotto una differenza di pressione totale  $\Delta P_t$ :

$$\frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{(\Delta P)_t}{\mu \left( \alpha w \frac{V}{A} + R \right)}$$

Esprimendo  $R$  come *volume di filtrato equivalente* ( $V_e = \text{costante}$ ):

$$\frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{(\Delta P)_t}{\frac{\mu \alpha w}{A} (V + V_e)}$$

Integrando si ottiene il tempo necessario per filtrare un certo volume  $V$  di liquido:

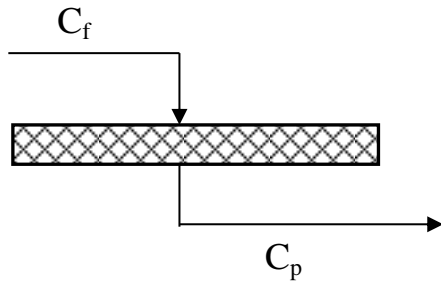
$$t = \frac{\mu \alpha w}{A^2 (\Delta P)_t} \left( \frac{V^2}{2} + V_e V \right)$$



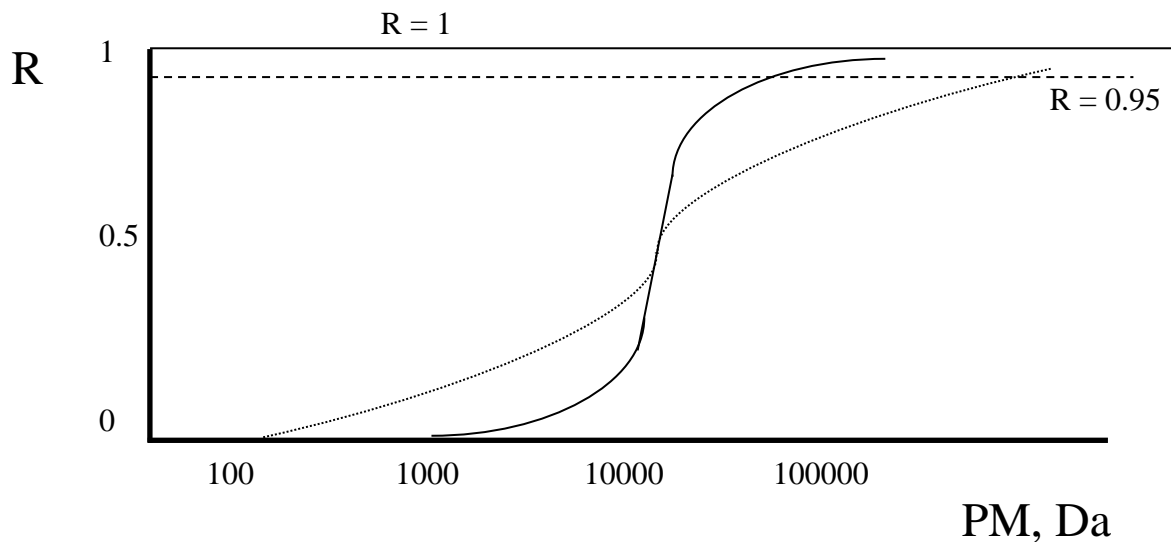
ULTRAFILTRAZIONE

(Un possibile riferimento: COULSON and RICHARDSON "Chemical Engineering, Vol 2").

Coefficiente di reiezione:



$$R = 1 - \frac{c_p}{c_f}$$



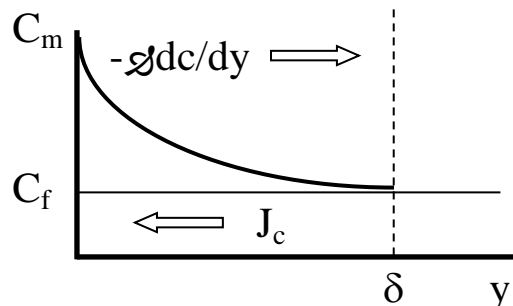
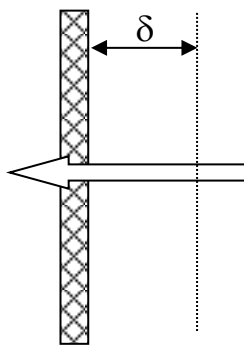
PROCESSO	FORZA SPINGENTE	APPLICAZIONE	DIMENSIONI
Microfiltrazione ( $\mu F$ )	Diff. di pressione	Alti colloidali, cellule, ultrafini	$10 \div 0.1 \mu m$
Ultrafiltrazione (UF)	Diff. di pressione	Emulsioni, colloidali, macromolecole	$5 \text{ nm} \div 0.1 \mu m$
Osmosi inversa (RO)	Diff. di pressione	Sali, sost. organiche	$< 5 \text{ nm}$
Elettrodialisi	Campo elettrico	Sali	$< 5 \text{ nm}$
Dialisi	Diff. concentrazione	Sali	$< 5 \text{ nm}$

$$J = \frac{|\Delta P| - |\Delta \Pi|}{R_m + R_c + R_f}$$

$\left[ = \frac{m^3}{s} \frac{1}{m^2_M} \right]$

Membrana  $\rightarrow R_m$   
 Cake  $\rightarrow R_c$   
 Film  $\rightarrow R_f$

Pressione osmotica ( $\approx 0$ )  
 (Acqua pura = 0)  
 (Cross-flow  $\approx 0$ )



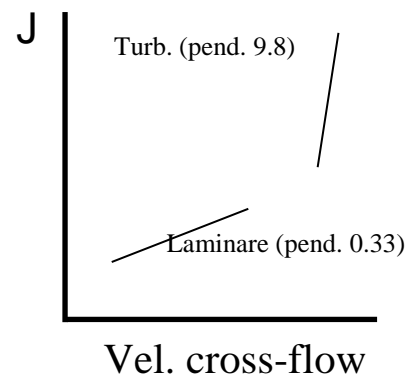
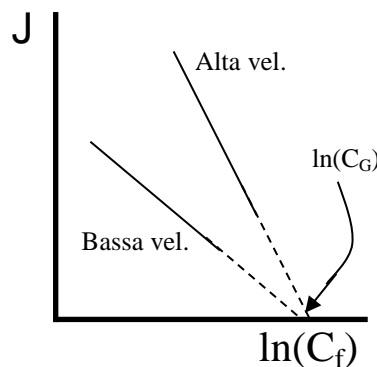
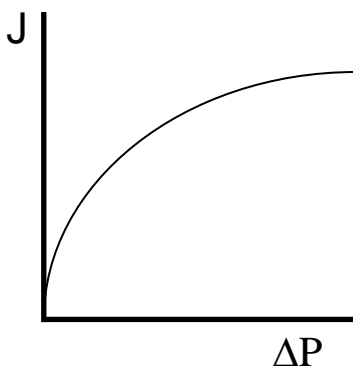
$$J(C - C_p) = -D \frac{dc}{dy};$$

$$- \int_{C_f}^{C_m} \frac{dc}{c - C_p} = \frac{J}{D} \int_0^{\delta} dy$$

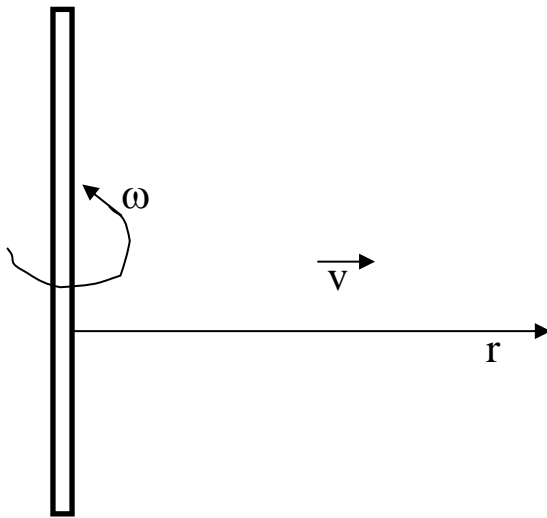
$$R = 1, C_p = 0$$

$$\frac{C_m}{C_f} = \exp\left(\frac{J\delta}{D}\right); \quad J = K \ln\left(\frac{C_m}{C_f}\right); \quad [K = D/\delta]$$

$C_m/C_f$  è il modulo di polarizzazione. Se la concentrazione all'interfaccia con la membrana giunge sino al limite di gelificazione,  $C_m \rightarrow C_G$ , si osserva il seguente comportamento dei flussi:



CENTRIFUGAZIONE



$\omega$	Velocità angolare
$v$	Velocità radiale
$r$	Distanza dall'asse
$w$	Massa solido/volume slurry
$\rho$	Densità fluido
$\rho_s$	Densità particella solida
$\mu$	Viscosità fluido
$D_P$	Diametro particella

Bilancio di forze:

$$\frac{dv}{dt} = r\omega^2 \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \right) - \frac{18\mu v}{\rho_s D_P^2} \quad \left. \vphantom{\frac{dv}{dt}} \right\} \text{ Legge di Stokes}$$

Equilibrio delle forze (accelerazione nulla):

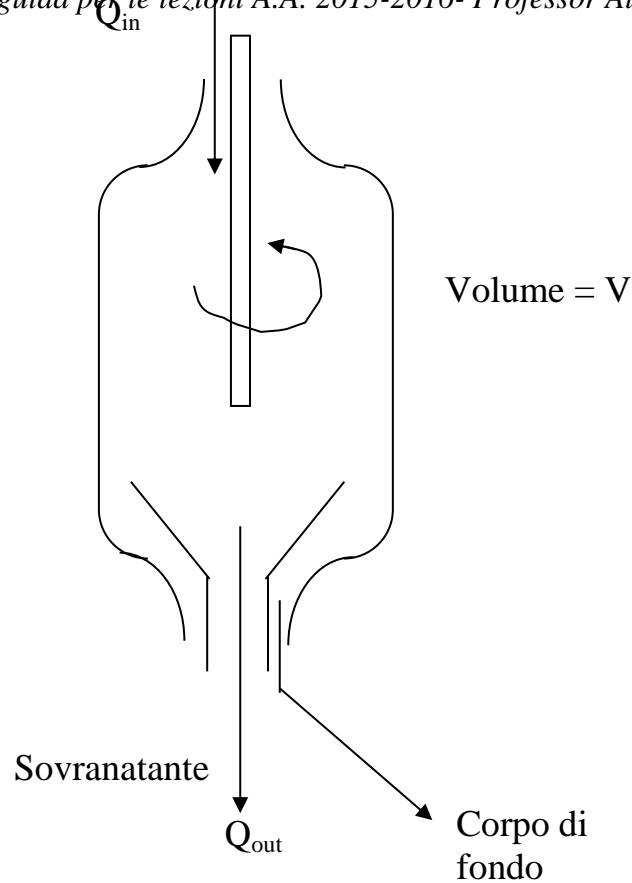
$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{r\omega^2(\rho_s - \rho)D_P^2}{18\mu}$$

$$\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{\omega^2(\rho_s - \rho)D_P^2}{18\mu} t$$

$t$  è il tempo di processo batch  
 Per operazioni continue:

$$t \rightarrow \tau = \frac{V}{Q}$$

( $V$  volume,  $Q$  portata)



Il film liquido sulle pareti del recipiente è sottile:

$$\left[ \frac{\text{Spessore del film } (\delta = r_2 - r_1)}{\text{Raggio del recipiente } (R)} \ll 1 \right]$$

Il campo di forze è approssimativamente costante

$$vt = X = \frac{R\omega^2(\rho_S - \rho)D_P^2}{18\mu} \tau$$

X = cammino. Se è pari alla metà del totale possibile

$$\left[ \frac{(r_2 - r_1)}{2} \right]$$

Metà delle particelle di diametro  $D_P'$  verrà separata.

$$D_P' = \sqrt{\frac{9\mu Q}{(\rho_S - \rho)\omega^2 V} \frac{(r_2 - r_1)}{R}}$$

### CICLONE

Si tratta di un dispositivo per eliminare solidi sospesi in gas o liquidi. La sospensione è alimentata tangenzialmente e forzata dalla geometria dell'apparecchio a muoversi circolarmente. Si determina così una forza centrifuga che spinge le particelle più pesanti verso le pareti, mentre quelle più leggere rimangono nella corrente fluida. In prossimità delle pareti, lo strato limite laminare determina la relativa calma del fluido e consente la precipitazione al fondo delle particelle più pesanti. Il fluido si muove prima verso il basso, poi è forzato a risalire verso l'uscita.

