ESAME SCRITTO DI TEORIA DEI SISTEMI

Appello del 14/07/2009

Quesito 1. Sia dato il sistema lineare a tempo-continuo descritto dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [\, c_2 \quad c_1 \,], \quad D = 0.$$

i) Calcolare la matrice di transizione dello stato in forma spettrale;
ii) Trovare dei valori per c_1 e c_2 che rendano inosservabile uno a scelta dei due modi naturali del sistema;
iii) Calcolare la risposta forzata dello stato all'ingresso $u(t) = (1 + \cos 2t)\delta_{-1}(t)$;

Quesito 2. Due sistemi lineari S_1 e S_2 siano caratterizzati dalle seguenti di trasferimento:

$$F_1(s) = K\frac{(s+1)}{s^2(s+10)}, \quad F_2(s) = K\frac{(s+10)}{s^2(s+1)}.$$

i) Disegnare i diagrammi di Bode di $F_1(s)$ ed $F_2(s)$ per $K = 1$;
ii) Si pongano i due sistemi in controreazione unitaria, e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva dei due sistemi a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, \infty)$ utilizzando il criterio di Nyquist (Routh facoltativo).

Quesito 3. Si studi la stabilità dei punti di equilibrio del sistema non lineare

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1^2 + (1-\alpha)x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\alpha\, x_2 + x_1 \end{aligned}$$

al variare del parametro α.

Quesito 4. Sia dato il sistema lineare e stazionario descritto dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [\,1 \quad 1 \quad 1\,]$$

i) Calcolare la forma canonica di Jordan;
ii) Calcolare la funzione di trasferimento e la risposta impulsiva;
iii) Trovare lo stato iniziale x_0 a cui corrisponde una risposta libera dell'uscita pari a $y(t) = 10t^2 \cdot e^{-2t}$.

Nota:

- Gli studenti di Teoria dei Sistemi I (6 CFU) devono svolgere i quesiti 1 e 2;
- Gli studenti di Teoria dei Sistemi (9 CFU) devono svolgere i quesiti 1 e 2 e 3;
- Gli studenti di Teoria dei Sistemi II (6 CFU) devono svolgere i quesiti 3 e 4.

Tempo a disposizione: 2 ore.