

08/09/2009 – COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI

**Esercizio 1.** Disegnare i diagrammi di Bode della seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{1}{(s+5)(s^2-1)}$$

Si ponga il sistema in controreazione unitaria, con un guadagno variabile  $K$  in catena aperta. Si discuta la stabilità asintotica del sistema a ciclo chiuso e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di  $K \in \mathbb{R}$  utilizzando il criterio di Nyquist.

*Facoltativo: verificare il risultato utilizzando il criterio di Routh.*

**Esercizio 2.** Si consideri il seguente sistema lineare stazionario a tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad -1].$$

- i) determinare per quale stato iniziale  $x(0)$  l'evoluzione libera dell'uscita risulta pari a:  $y_{\text{lib}}(t) = \sin(3t)$ ;
- ii) calcolare la funzione di trasferimento;
- iii) calcolare la risposta forzata all'ingresso  $u(t) = \delta_{-1}(t)$ .

**Esercizio 3.** Sia dato il seguente sistema non lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t)(\mu - x_1^2(t) - x_2^2(t)) - x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_2(t)(\mu - x_1^2(t) - x_2^2(t)) + x_1(t) \end{cases}$$

- i) verificare che l'origine è un punto di equilibrio;
- ii) discutere la stabilità dell'origine al variare del parametro  $\mu$ .

**Esercizio 4.** Si consideri il seguente sistema lineare a tempo continuo stazionario rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

- i) Discutere le proprietà strutturali del sistema; in particolare modo si dica (motivando la risposta) se i seguenti vettori dello spazio di stato sono raggiungibili e/o osservabili:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad x_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

- ii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati raggiungibili e non raggiungibili;
- iii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati osservabili e inosservabili;
- iv) si determini un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in forma canonica di Kalman, se ne individui la rappresentazione in forma minima e se ne calcoli la funzione di trasferimento.

**NB:**

- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi (9 CFU)” svolgono 4.i) + almeno due tra 1), 2), 3)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi I (6 CFU)” svolgono 1) + 2)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi II (6 CFU)” svolgono 3) + 4)

**TEMPO A DISPOSIZIONE (PER TUTTI): 2 ORE – LIBRI CHIUSI.**