

03/03/2010 – COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI

**Esercizio 1.** Data la seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{s + 50}{(s + 1)(s^2 + 25)}$$

- i) Se ne calcoli l'antitrasformata;
- ii) Se ne disegnino i diagrammi di Bode;
- iii) Si ponga il sistema in controreazione unitaria, con un guadagno variabile  $K$  in catena aperta. Si discuta la stabilità asintotica del sistema a ciclo chiuso e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di  $K \in \mathbb{R}$  utilizzando il criterio di Nyquist.

*Facoltativo: verificare il risultato utilizzando il criterio di Routh.*

**Esercizio 2.** Si consideri il seguente sistema lineare stazionario a tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 1].$$

- i) Si calcoli una rappresentazione del sistema in coordinate diagonali;
- ii) Utilizzando le coordinate diagonali, si trovi lo stato iniziale  $x(0)$  tale da dare un'evoluzione libera dell'uscita pari a

$$y(t) = \cos t.$$

**Esercizio 3.** Data una rappresentazione esplicita di un sistema (ingresso-stato)

$$x(t) = \Phi(t - t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t H(t - \tau)u(\tau)d\tau,$$

con

$$\Phi(t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{-t} + e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ e^{-t} - e^{-2t} & e^{-t} + e^{-2t} \end{bmatrix}, \quad H(t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{-t} - e^{-2t} \\ e^{-t} + e^{-2t} \end{bmatrix}.$$

Calcolare le matrici  $A$  e  $B$  della forma implicita.

**Esercizio 4.** Sia dato il seguente sistema non lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t)(k - 1 + x_2(t) - x_1^2(t)) \\ \dot{x}_2(t) = 1 - x_2(t) - \frac{1}{2}x_1^2(t) \end{cases}$$

- i) verificare quali tra gli stati  $\bar{x}_a = (1, 0)$  e  $\bar{x}_b = (0, 1)$  è un punto di equilibrio;
- ii) discutere la stabilità del punto di equilibrio al variare del parametro  $k$ .

Gli studenti di “Teoria dei Sistemi I (6 CFU)” svolgano solo 3 dei 4 esercizi.

**TEMPO A DISPOSIZIONE: 2 ORE**