

Esercizio 1. Disegnare i diagrammi di Bode della seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{10s + 3}{s(s^2 + s + 1)}$$

Si ponga il sistema in controreazione unitaria, con un guadagno variabile K in catena aperta. Si discuta la stabilità asintotica del sistema a ciclo chiuso e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di $K \in \mathbb{R}$ utilizzando il criterio di Nyquist.

Facoltativo: verificare il risultato utilizzando il criterio di Routh.

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema lineare stazionario a **tempo continuo**:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 1 \quad -2].$$

- i) Discutere le proprietà dei modi naturali;
- ii) calcolare per quali valori dello stato iniziale $x(0)$ l'evoluzione libera del sistema è: $y_{\text{lib}}(t) = e^t \sin(t)$;
- iii) calcolare la funzione di trasferimento e la risposta del sistema al gradino unitario.

Esercizio 3. Sia dato il seguente sistema non lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_2^2(t)(x_1(t) + 1) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t) - x_2^3(t) - 1 \end{cases}$$

Calcolare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.

Esercizio 4. Sia dato il seguente sistema lineare a tempo continuo stazionario rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1]$$

- i) Discutere le proprietà strutturali del sistema; in particolar modo si dica (motivando la risposta) se i seguenti vettori dello spazio di stato sono raggiungibili e/o osservabili:

$$x_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad x_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T, \quad x_3 = [0 \ 0 \ 1 \ 0]^T, \quad x_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T, \quad x_5 = [1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

- ii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati raggiungibili e non raggiungibili;
- iii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati osservabili e inosservabili;
- iv) si determini un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in forma canonica di Kalman, se ne individui la rappresentazione in forma minima e se ne calcoli la funzione di trasferimento.

NB:

- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi (9 CFU)” svolgano i punti 1), 2), 4-i)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi I (6 CFU)” svolgano i punti 1), 2)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi II (6 CFU)” svolgano i punti 3), 4)

TEMPO A DISPOSIZIONE (PER TUTTI): 1.5 ORE – LIBRI CHIUSI.