**TEORIA DEI SISTEMI**

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

# Compito d'esame del 14-02-2012

**Problema 1.** Si considerino due distinti sistemi di controllo a feedback unitario, caratterizzati dalle seguenti funzioni di trasferimento in catena diretta

$$W_1(s) = \frac{K_1}{(s+0.1)^2(s+1)}, \qquad W_2(s) = \frac{K_2}{s^2(s+1)},$$

1. Si disegnino i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento $W_1(s)$, per $K_1 = 1$;
2. si disegni il diagramma polare della funzione di trasferimento $W_1(s)$ per $K_1 = 1$;
3. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso relativa a $W_1(s)$;
4. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K_1 \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh;
5. si disegni il diagramma polare della funzione di trasferimento $W_2(s)$, per $K_2 = 1$;
6. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di $K_2 \in (-\infty, \infty)$ utilizzando il criterio di Nyquist.

**Problema 2.** Dato il seguente sistema a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \qquad A = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad D = 0,$$

se ne calcoli l'evoluzione libera dell'uscita.

**Problema 3.** Dato il sistema a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento ingresso-uscita

$$W(s) = \frac{2\,s}{s+4},$$

se ne calcoli la risposta armonica all'ingresso $u(t) = \cos(4t)$.

**Problema 4.** Dato il sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

si trovi una base per lo spazio degli stati raggiungibili $\mathcal{P}$, una base per lo spazio degli stati inosservabili $\mathcal{Q}$, ed una base per l'intersezione $\mathcal{P} \cap \mathcal{Q}$. Si trovi inoltre uno stato $x$ che sia simultaneamente raggiungibile e osservabile.

**Problema 5.** Dato il seguente sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \big(1 - x_1(t)\big)\big(x_2^2(t) + 1\big) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2^3(t)\big(1 - x_1(t)\big)^2 \end{aligned} \qquad x(t) \in \mathbb{R}^2,$$

si studi la stabilità del punto di equilibrio $x_e = (1, 0)$.

**Tempo a disposizione: 2 ore.**

---

*Gli studenti del corso di Teoria dei Sistemi I (6 CFU), nel Problema 1 possono omettere di studiare la stabilità a ciclo chiuso con il criterio di Routh, e possono non rispondere ai punti 5 e 6 del Problema 1.*

---