TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame del 6-09-2012

Problema 1. Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta

$$W(s) = K \frac{s+2}{s(s-2)^2}.$$

1. Se ne disegnino i diagrammi di Bode e il diagramma polare per $K = 1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli per quali valore della pulsazione ω la fase di $W(j\omega)$ è esattamente pari a 0;
4. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Problema 2. Sia dato il sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Si calcolino la risposta impulsiva e la funzione di trasferimento ingresso/uscita;
2. Si trovi lo stato iniziale $x(0)$ che produce un evoluzione libera dell'uscita pari a $y(t) = 10\,(\cos 2t + \sin 2t)$.

Problema 3. Dato il sistema a tempo continuo caratterizzato dalla seguente riposta impulsiva

$$w(t) = 4\,e^{-t},$$

1. si calcolino la risposta forzata e la risposta armonica all'ingresso $u(t) = \sin(4t)$.

Problema 4. Dato il sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

si trovi una base per lo spazio degli stati raggiungibili e una base per lo spazio degli stati inosservabili, e si decomponga il sistema nella forma canonica di Kalman.

Problema 5. Sia dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -3\,\sin x_1(t) - k\,x_2(t) \end{cases}$$

Si studi la stabilità dell'origine al variare del parametro $k \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia l'approssimazione lineare, sia una funzione di Lyapunov del tipo $V(x) = x_2^2 + \beta\,(1 - \cos x_1)$ (si osservi che per $\beta > 0$ la $V(x)$ è definita positiva nell'insieme $(-\pi, \pi) \times \mathbb{R}$).

Tempo a disposizione: 2 ore e mezza.

Gli studenti del corso di Teoria dei Sistemi I (6 CFU) devono rispondere ai quesiti 1, 2 e 3.
