TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame del 20-09-2012

Problema 1. Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta

$$W(s) = K\frac{1}{(s-1)(s^2+25)}.$$

1. Se ne disegnino i diagrammi di Bode e il diagramma polare per $K = 1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Problema 2. Sia dato il sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

1. Si calcolino la risposta impulsiva e la funzione di trasferimento ingresso/uscita;
2. Si trovi lo stato iniziale $x(0)$ che produce un evoluzione libera dell'uscita pari a $y(t) = 5\,e^{-t}$.

Problema 3. Dato il sistema a tempo discreto caratterizzato dalla seguente riposta impulsiva

$$w(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t, \quad t = 0, 1, \dots$$

si calcolino la risposta al gradino unitario e la risposta armonica all'ingresso $u(t) = \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$.

Problema 4. Dato il sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

1. Si trovi una base per lo spazio degli stati inosservabili ed una per gli stati raggiungibili.
2. Si decomponga il sistema nella forma canonica di Kalman.

Problema 5. Sia dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (1-2\alpha)(x_1-1)^3 - x_2^3 \\ \dot{x}_2 = x_1 + \alpha(\alpha-1)x_2 - 1 \end{cases}$$

Si studi la stabilità del punto di equilibrio $x_e = (1, 0)$ al variare del parametro α usando sia il metodo della linearizzazione attorno al punto di equilibrio sia il metodo di Lyapunov. Per quest'ultimo si utilizzi una funzione del tipo $V(x) = (x_1 - 1)^2 + \beta x_2^4$, con β opportuno.

Tempo a disposizione: 2 ore e mezza.

Gli studenti del corso di Teoria dei Sistemi I (6 CFU) devono rispondere ai quesiti 1, 2 e 3.
