

TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Dott. V. De Iulii

Quesiti d'esame del 26 luglio 2021

Gruppo 1

1 ora e 10 minuti

Quesito 1 (8 punti, tempo stimato 50 minuti)

Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta:

$$W(s) = K \frac{(1-s)}{s(s^2 + 4\zeta s + 4)},$$

ei consideri il valore di smorzamento $\zeta = 1$.

1. Si disegnino i diagrammi di Bode e il diagramma polare della $W(s)$ per $K = 1$;
 2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
 3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, +\infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.
 4. Si calcoli la risposta armonica del sistema a ciclo aperto, per $K = 1$, all'ingresso $u(t) = 2 \sin(t)$, verificandone la congruenza con i diagrammi di Bode tracciati.
-

Quesito 2 (5 punti, tempo stimato: 20 minuti)

Si consideri nuovamente la funzione di trasferimento del Quesito 1 e si risolvano tutti i punti del Quesito, da 1 a 4, ponendo nella $W(s)$ il valore di smorzamento $\zeta = 0$.

Al termine, si disegnino i diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento per $\zeta = 1$ e $\zeta = 0$ su un unico foglio di carta semilogaritmica evidenziandone le differenze.

TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Dott. V. De Iuliis

Quesiti d'esame del 26 luglio 2021

Gruppo 2

50 minuti

[quesiti già proposti nel compito dell'8 luglio 2021]

Quesito 3 (5 punti, tempo stimato: 20 minuti) Sia dato il seguente sistema lineare e stazionario a tempo continuo caratterizzato dalla seguente matrice di transizione dello stato

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} \cos(3t) & -e^{-2t} \sin(3t) \\ e^{-2t} \sin(3t) & e^{-2t} \cos(3t) \end{bmatrix}$$

1. Si verifichi se le proprietà di semigruppato della matrice di transizione sono soddisfatte

Suggerimento: si utilizzino le formule di addizione del seno e del coseno:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

2. Si calcoli la matrice A del sistema nella forma implicita $\dot{x}(t) = Ax(t)$.
3. Si calcoli la risposta impulsiva dell'uscita del sistema $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $y(t) = Cx(t)$ con i seguenti valori delle matrici B e C

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0].$$

Quesito 4 (5 punti, tempo stimato: 30 minuti) Sia dato il seguente sistema lineare e stazionario a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) & A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), & C &= [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0], & D &= 0. \end{aligned}$$

Si determinino delle basi per i quattro sottospazi $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \mathcal{X}_3, \mathcal{X}_4$ della decomposizione strutturale di Kalman. Inoltre, si determini uno stato iniziale $x(0)$ in corrispondenza del quale l'evoluzione libera dell'uscita assume i seguenti valori:

$$y(0) = 2, \quad y(1) = 1, \quad y(2) = 2, \quad y(3) = 1.$$

TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Dott. V. De Iuliis

Quesiti d'esame del 26 luglio 2021

Gruppo 3

45 minuti

[quesiti già proposti nel compito dell'8 luglio 2021]

Quesito 5 (5 punti, tempo stimato: 30 minuti)

Sia dato il sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = (1 - k)x_1(t) - kx_2(t) + 3x_1(t)x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = 2kx_1(t) - 3(k + 1)x_1^2(t) \end{cases}$$

1. Si verifichi che $x_e = (0, 0)$ è un punto di equilibrio;
 2. Si studi la stabilità del punto di equilibrio al variare del parametro $k \in (-\infty, +\infty)$ utilizzando il metodo della linearizzazione attorno al punto di equilibrio ed eventualmente il metodo di Lyapunov, utilizzando una funzione quadratica.
-

Quesito 6 (4 punti, tempo stimato: 15 minuti)

Si calcolino le antitrasformate delle seguenti funzioni:

$$Y_1(s) = \frac{s}{s^2 + 4s + 13}$$
$$Y_2(z) = \frac{2z}{z - (1 + j\sqrt{3})} + \frac{2z}{z - (1 - j\sqrt{3})}$$
