



Università degli Studi di L'Aquila



Dipartimento di Ingegneria delle Strutture delle Acque e del Terreno

SEMINARIO 12/01/06

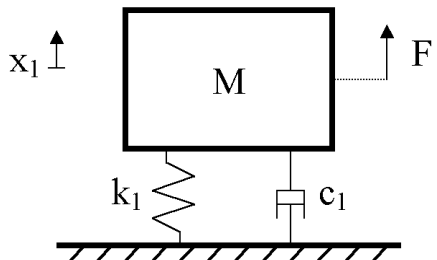
**SISTEMI DINAMICI MECCANO-ELETTRICI
IN REGIME LINEARE E NON LINEARE:
MODELLI, SIMULAZIONI, ESPERIMENTI, PROGETTI**

Ernesto Silverii - Rocco Alaggio - Amabile Tatone

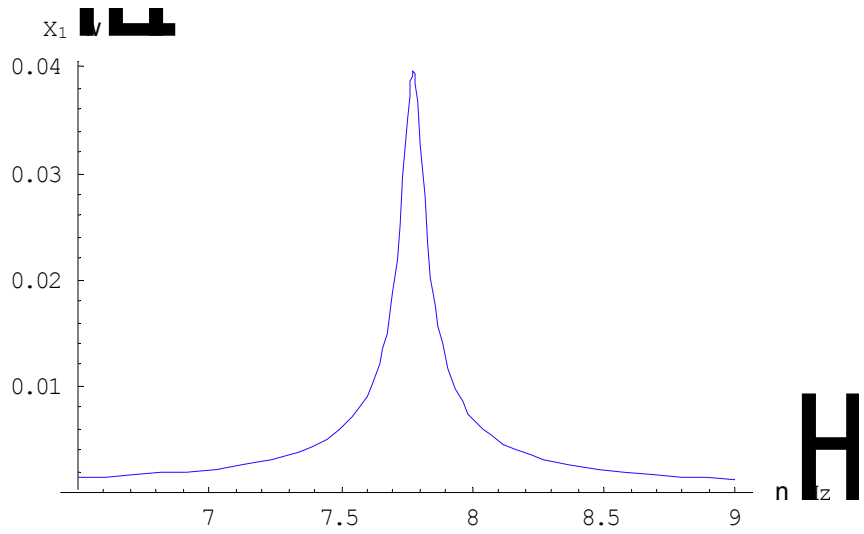
Assegno di ricerca finanziato dal Prof. Angelo Luongo

TUNED MASS DAMPER

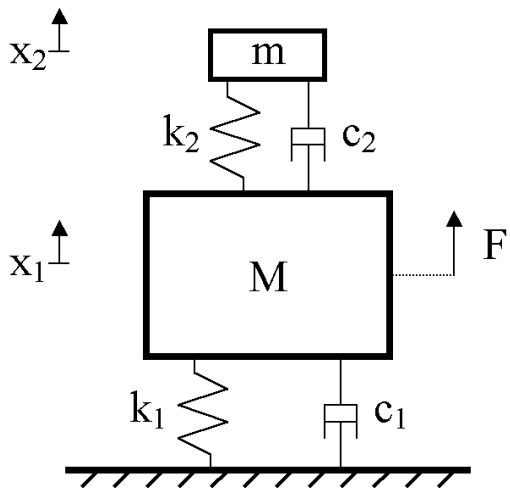
$$M\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 = F$$



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{M}}$$

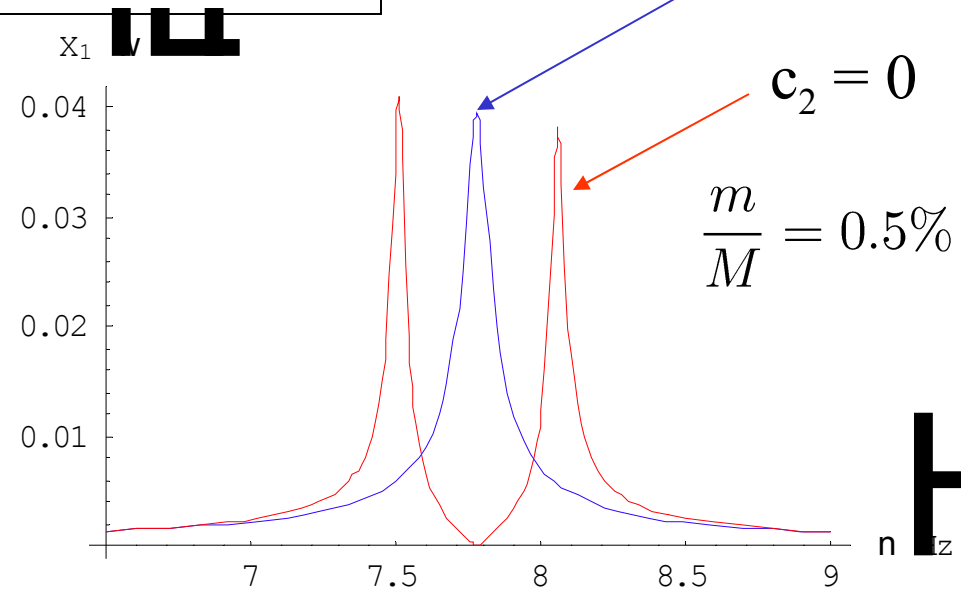


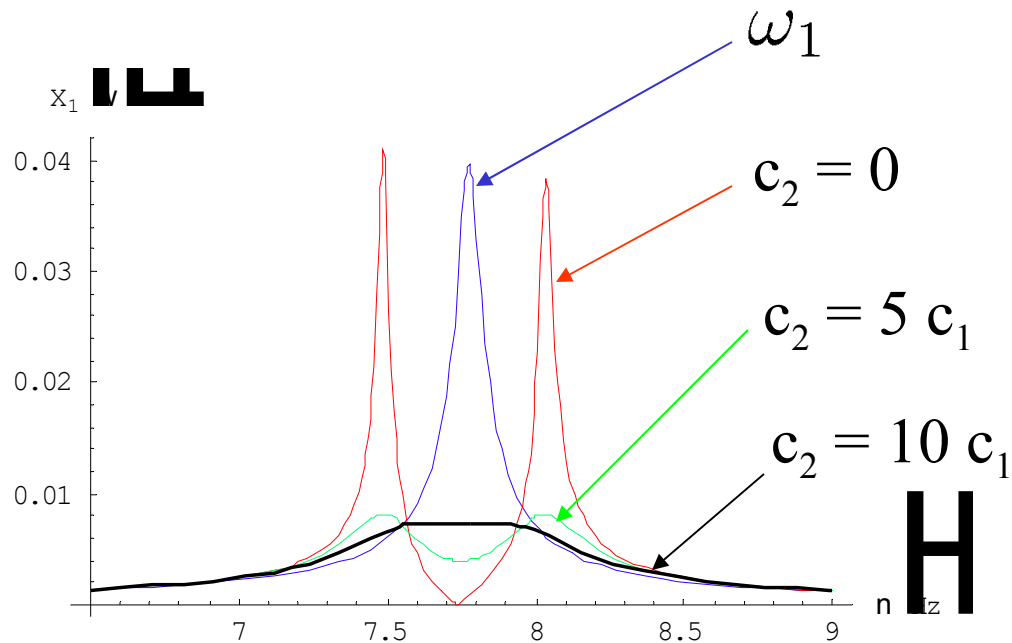
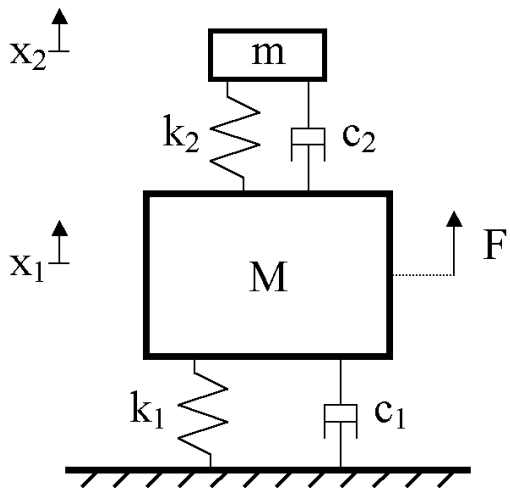
$$\begin{aligned} M\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1x_1 - k_2(x_2 - x_1) &= F \\ m\ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned}$$



$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m}}$$

$$\omega_1 = \omega_2$$

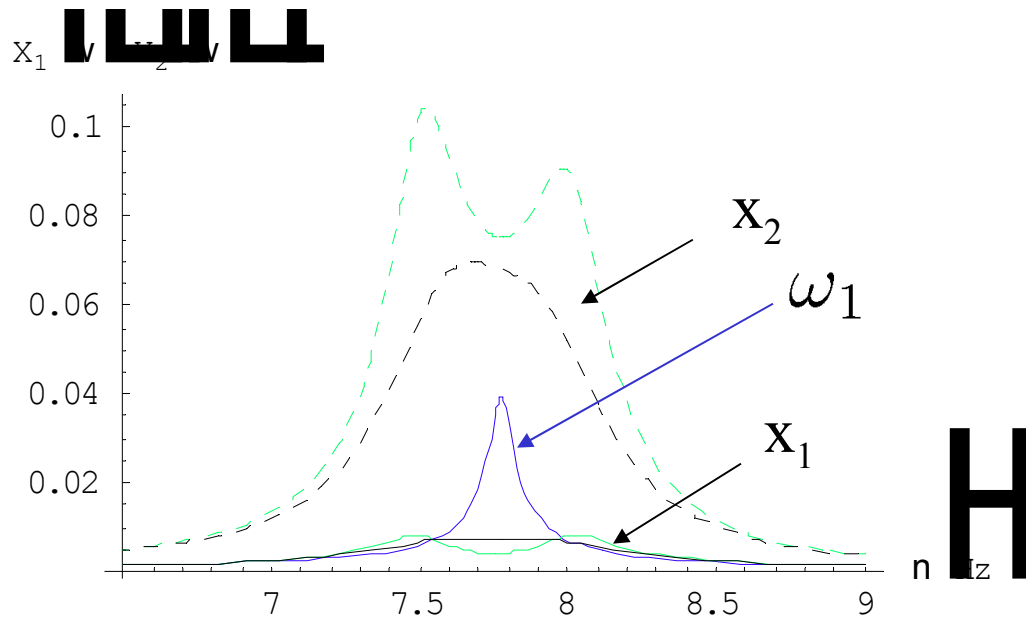




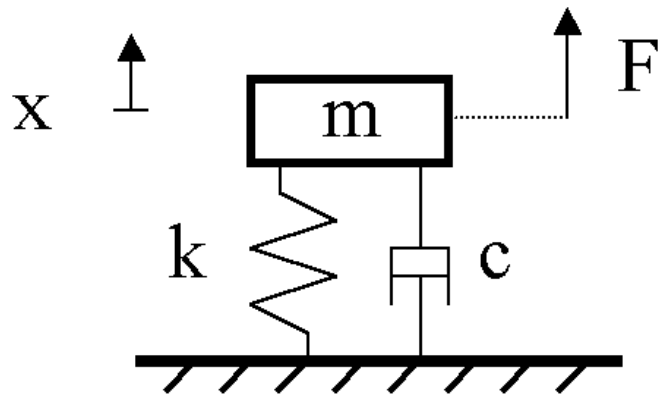
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{M}} \quad \frac{m}{M} = 0.5\%$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m}}$$

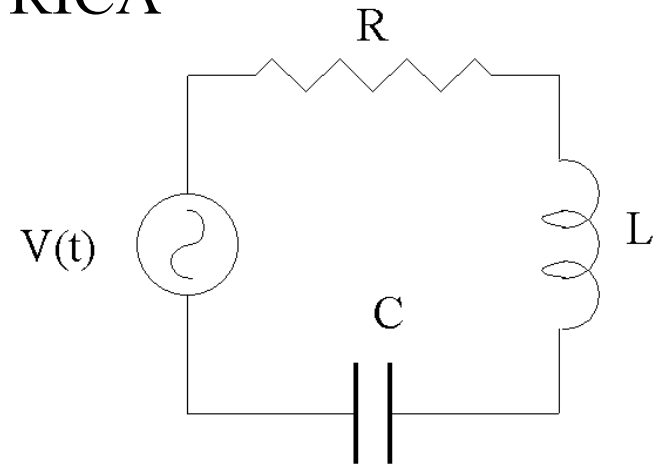
$$\omega_1 = \omega_2$$



ANALOGIA MECCANO - ELETTRICA



$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = F(t)$$



$$L \frac{di}{dt} + R i + \frac{1}{C_{ap}} \int i dt = V(t)$$

$$L \ddot{Q} + R \dot{Q} + \frac{1}{C_{ap}} Q = V(t)$$

FREQUENZA DI RISONANZA

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

x	\rightarrow	Q
m	\rightarrow	L
c	\rightarrow	R
k	\rightarrow	$\frac{1}{C_{ap}}$
$F(t)$	\rightarrow	$V(t)$

FREQUENZA DI RISONANZA

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

SISTEMA MECCANICO - ELETTRICO

Barra di
alluminio

$l = 61 \text{ cm}$

$b = 2.54 \text{ cm}$

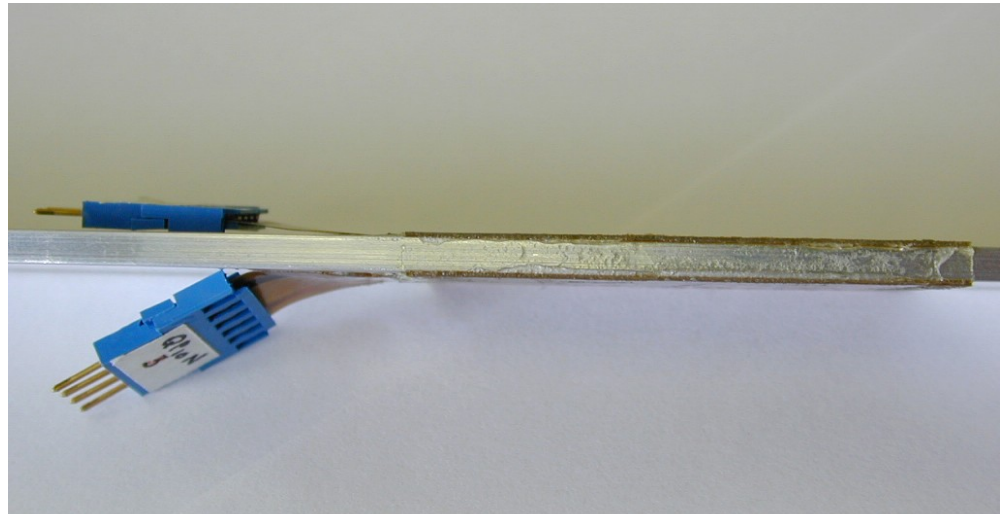
$h = 3.21 \text{ mm}$

Lamina
Piezoelettrica

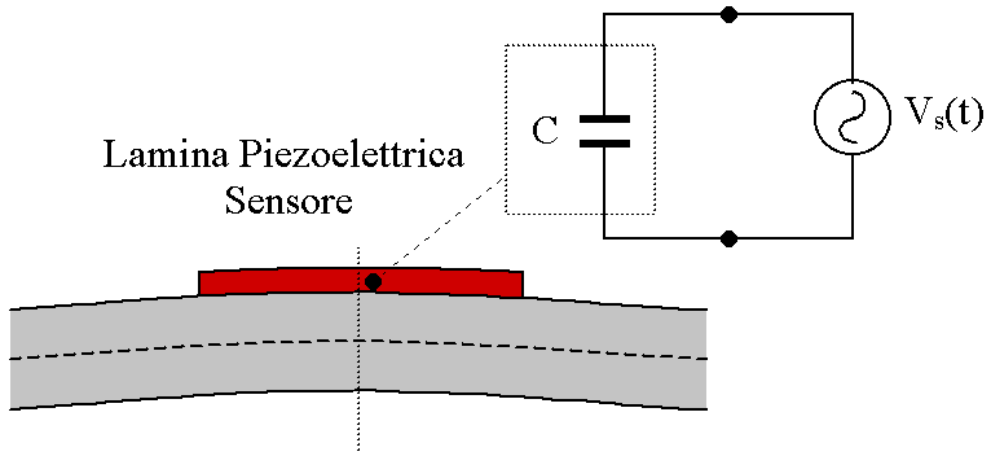
$l = 4.6 \text{ cm}$

$b = 2.54 \text{ cm}$

$h = 0.25 \text{ mm}$



PROPRIETA' DEI MATERIALI PIEZOELETTRICI

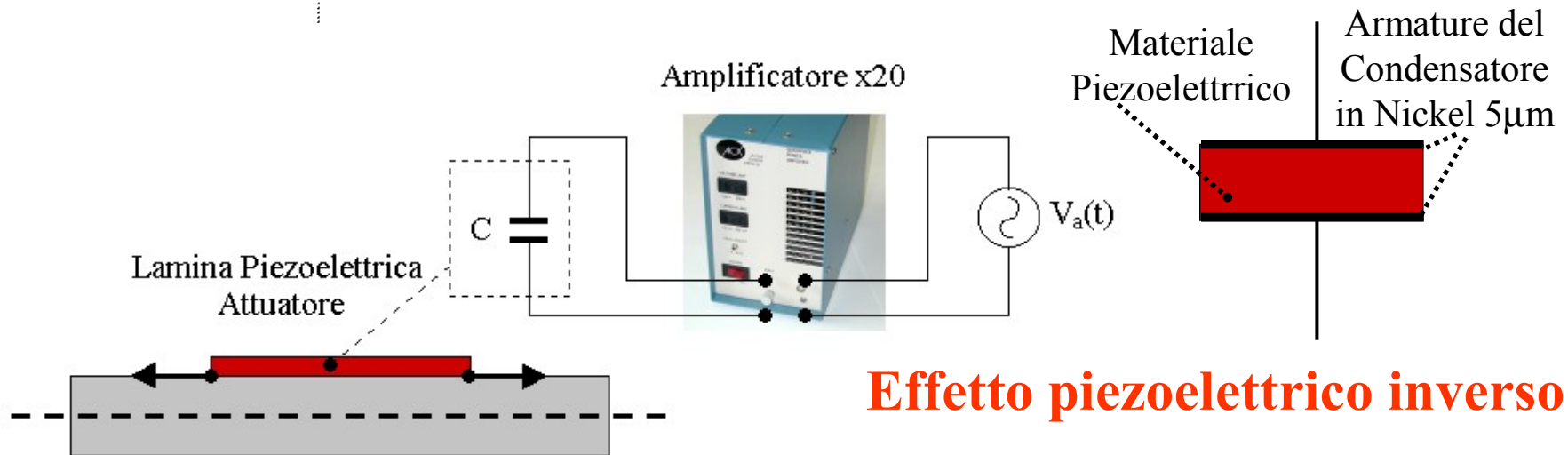


Effetto piezoelettrico diretto

Forze Esterne Applicate



Differenza di Potenziale

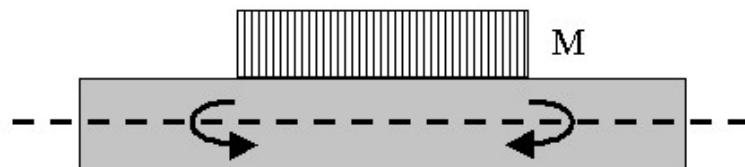


Effetto piezoelettrico inverso

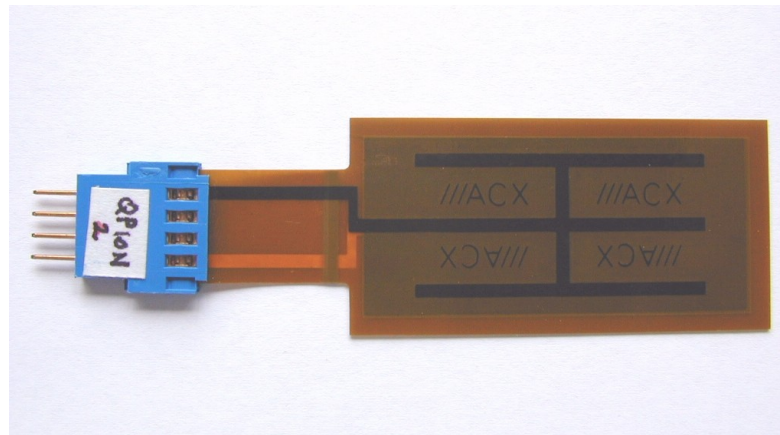
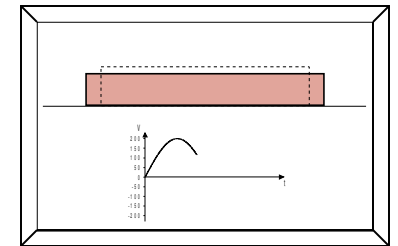
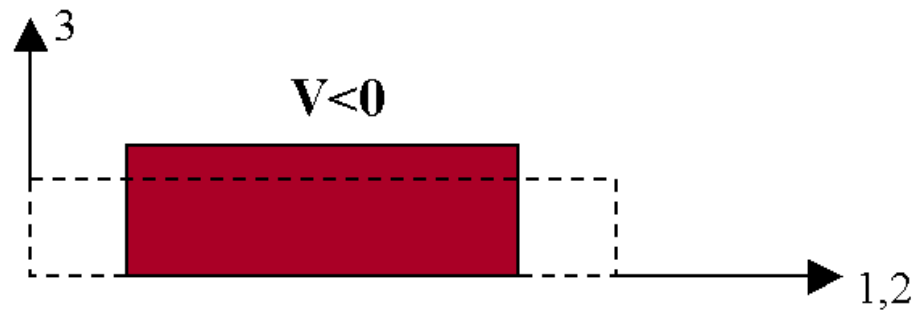
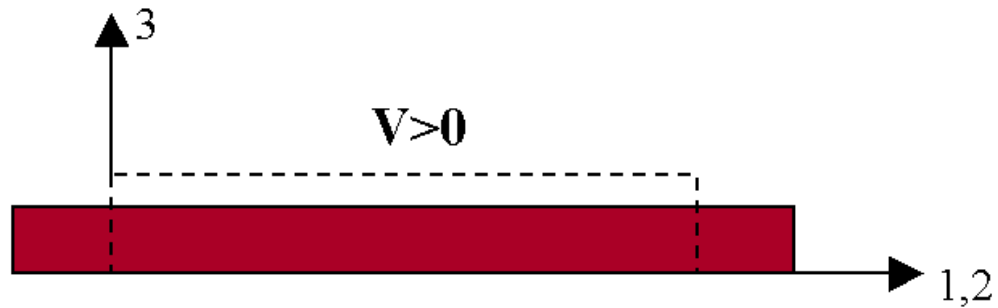
Differenza di Potenziale Applicata



Deformazione



AZIONE DELLA LAMINA PIEZOELETTRICA



± 200 Volt
 ± 0.012 mm

RELAZIONI COSTITUTIVE DI UN MATERIALE PIEZOELETTRICO

Tridimensionali

$$T = c_E S - e^T E$$

$$D = e S + \epsilon_S E$$

$$T = c_D S - h^T D$$

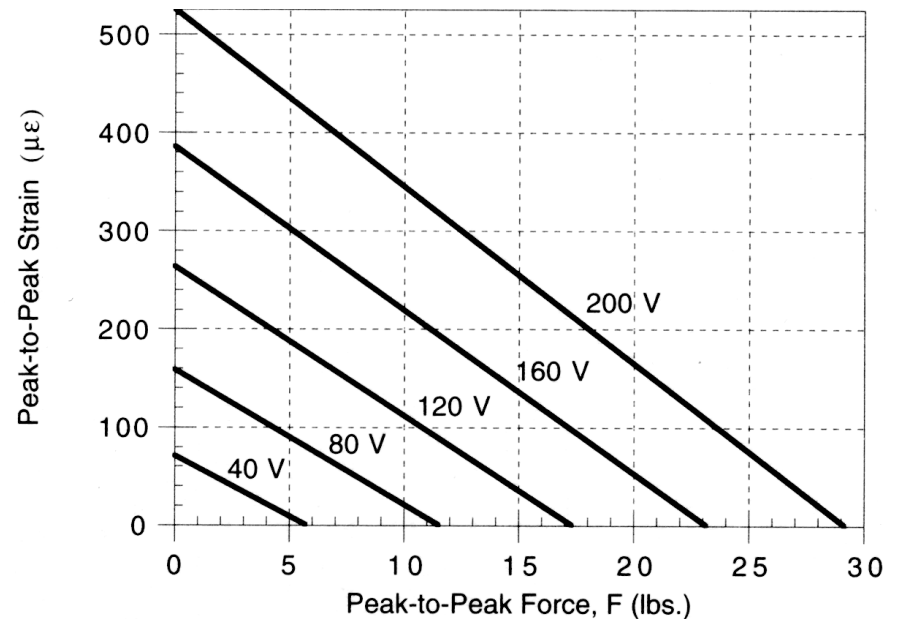
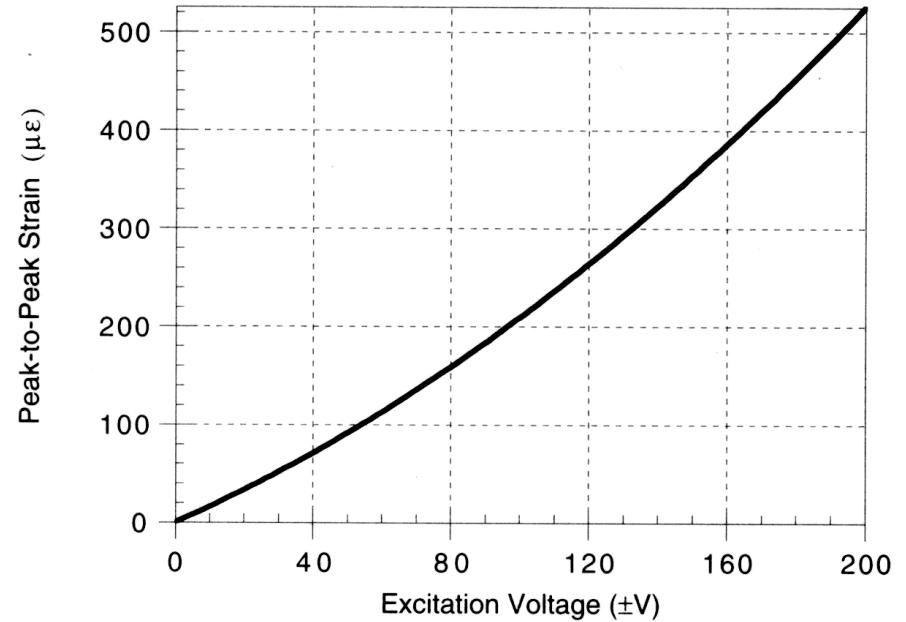
$$E = -h S + \beta_S D$$

Monodimensionali

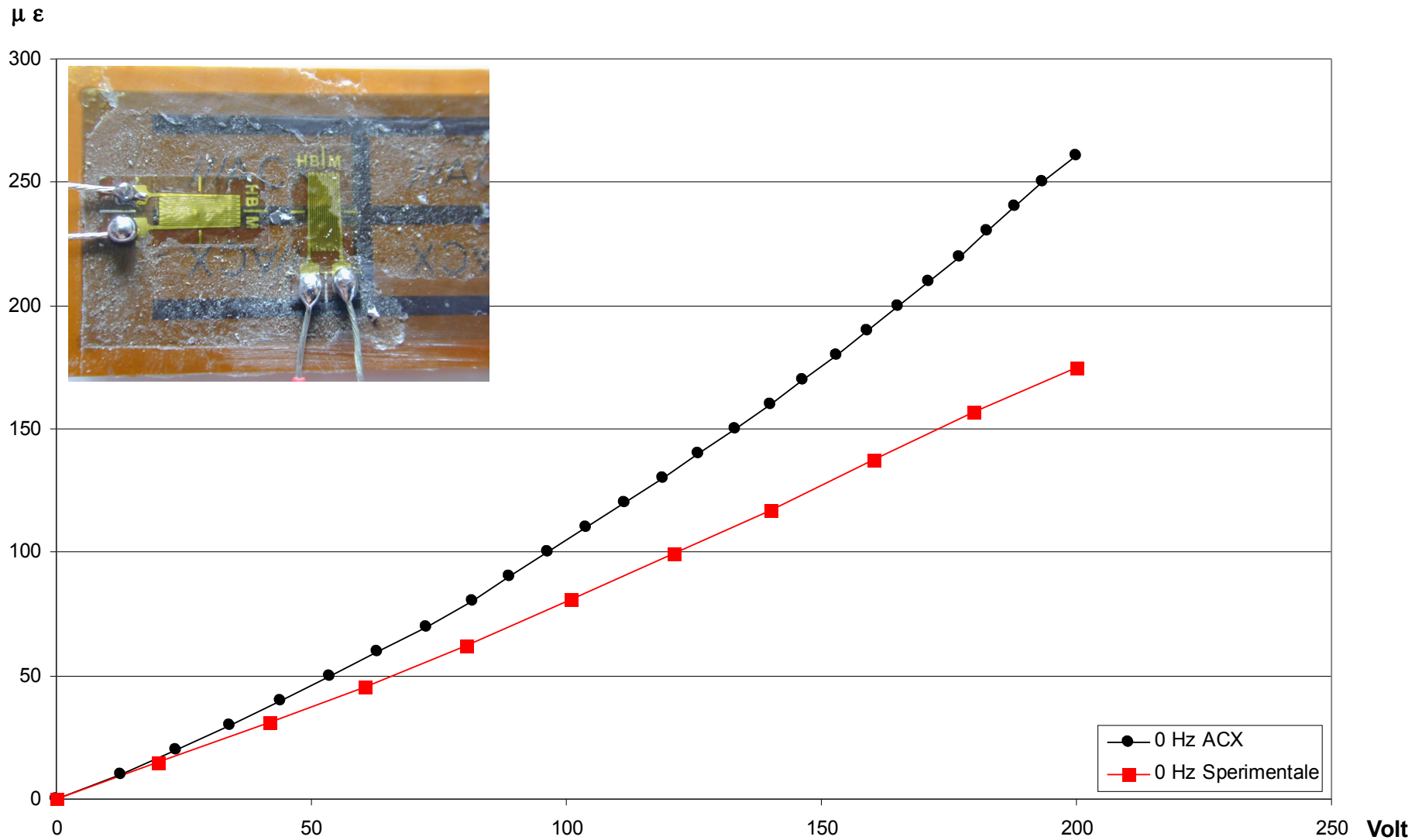
$$\begin{pmatrix} N_a \\ Q_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{C}_{11}^E & \bar{e}_{31} \\ \bar{e}_{31} & -C_{ap} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_a \\ V_a \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N_s \\ V_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{C}_{11}^D & -\bar{h}_{31} \\ -\bar{h}_{31} & 1/C_{ap} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_s \\ Q_s \end{pmatrix}$$

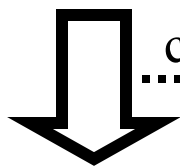
$$\Delta_s = -\Delta_a = \frac{h}{2} (v'(l_2) - v'(l_1))$$



DEFORMAZIONE - DIFFERENZA DI POTENZIALE

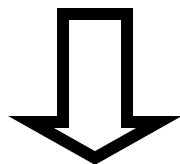


Energia Meccanica di Vibrazione
della lamina metallica

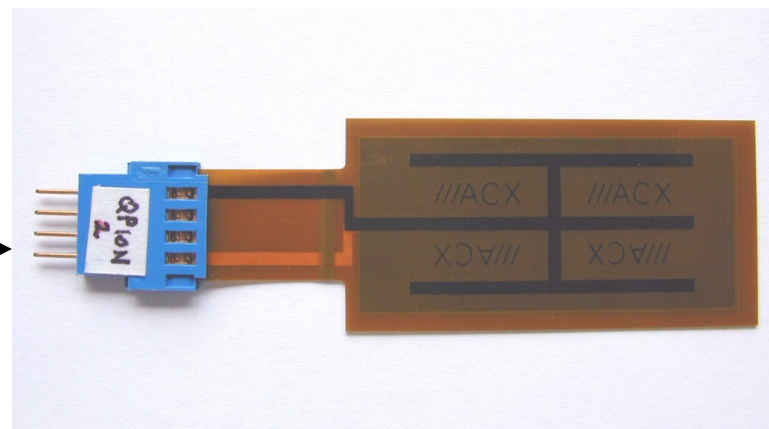


convertita dal trasduttore
Piezoelettrico

Energia Elettrica

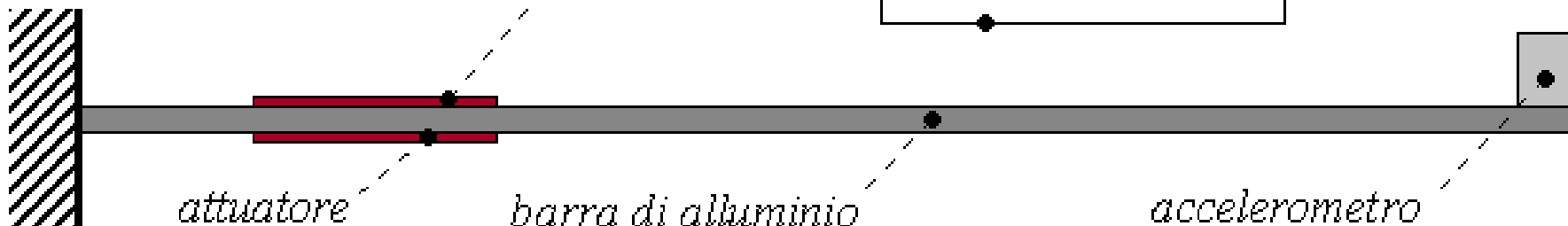
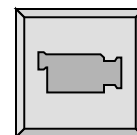
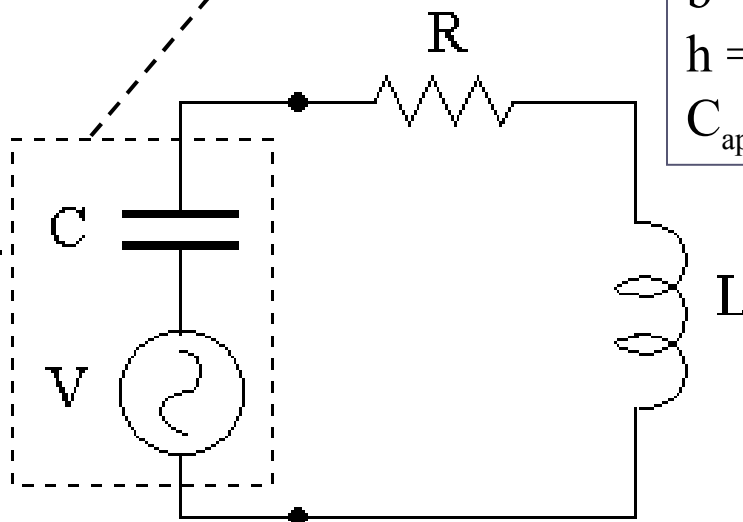


Dissipazione di Energia
per effetto Joule attraverso
un circuito elettrico RLC



ACX QP10N
 $l = 46 \text{ mm}$
 $b = 25 \text{ mm}$
 $h = 0.25 \text{ mm}$
 $C_{ap} = 50 \text{ nF}$

*trasduttore piezoelettrico:
una Capacita ed
un generatore di tensione*



Per dissipare in modo ottimale le vibrazioni della struttura, la frequenza di risonanza f_0 del circuito RLC deve essere circa uguale a quella della struttura.

Esempio:

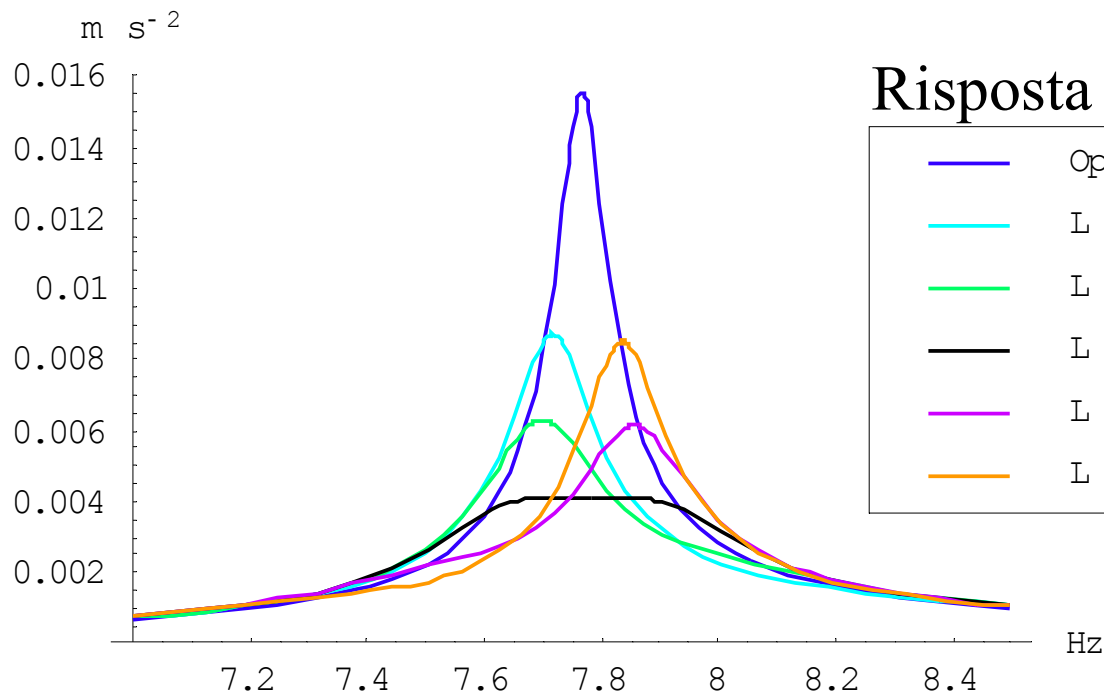
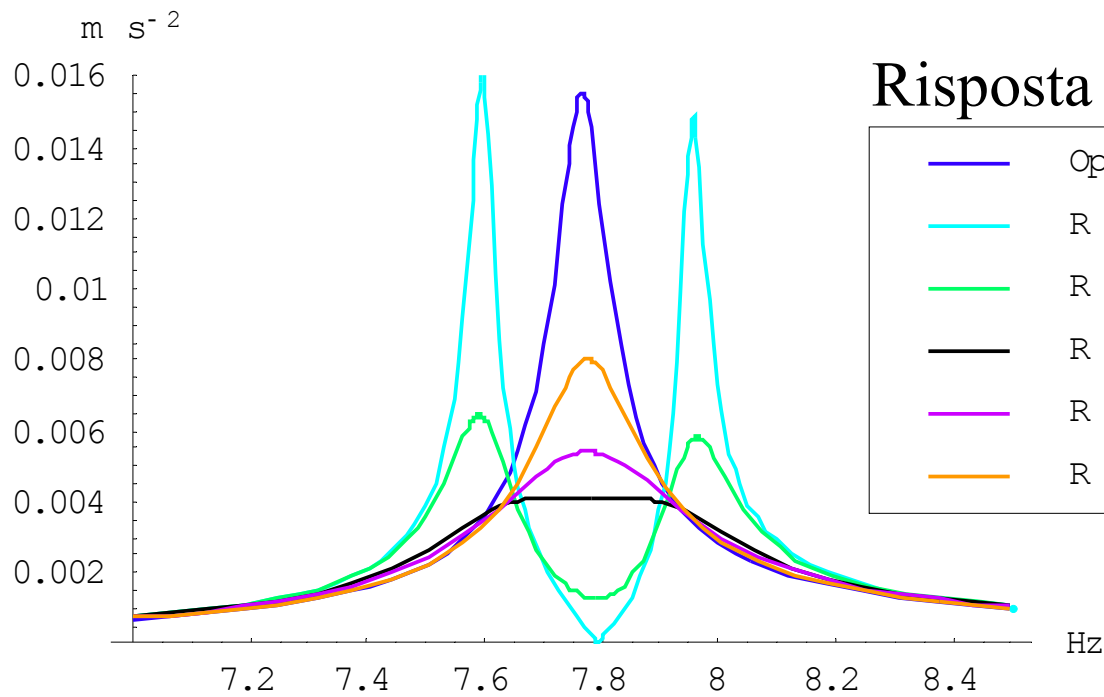
- frequenza di risonanza della struttura $f_0 = 7.7$ Hz
- capacità del trasduttore piezoelettrico $C_{ap} = 50$ nanoFarad

l'induttanza richiesta L risulta:

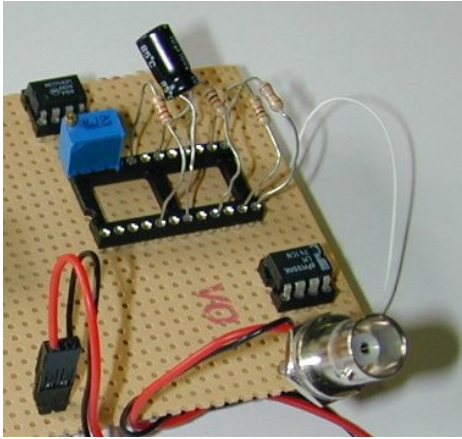
$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$	7.7 Hz
$L = \frac{1}{\omega_0^2 C_{ap}}$	8545 Henry

Un valore così alto di Induttanza si può ottenere solo con un circuito simulatore.

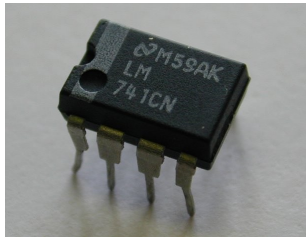
N. W. Hagood, A Von Flotow, *"Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks"*, *Journal of Sound and Vibration* (1991).



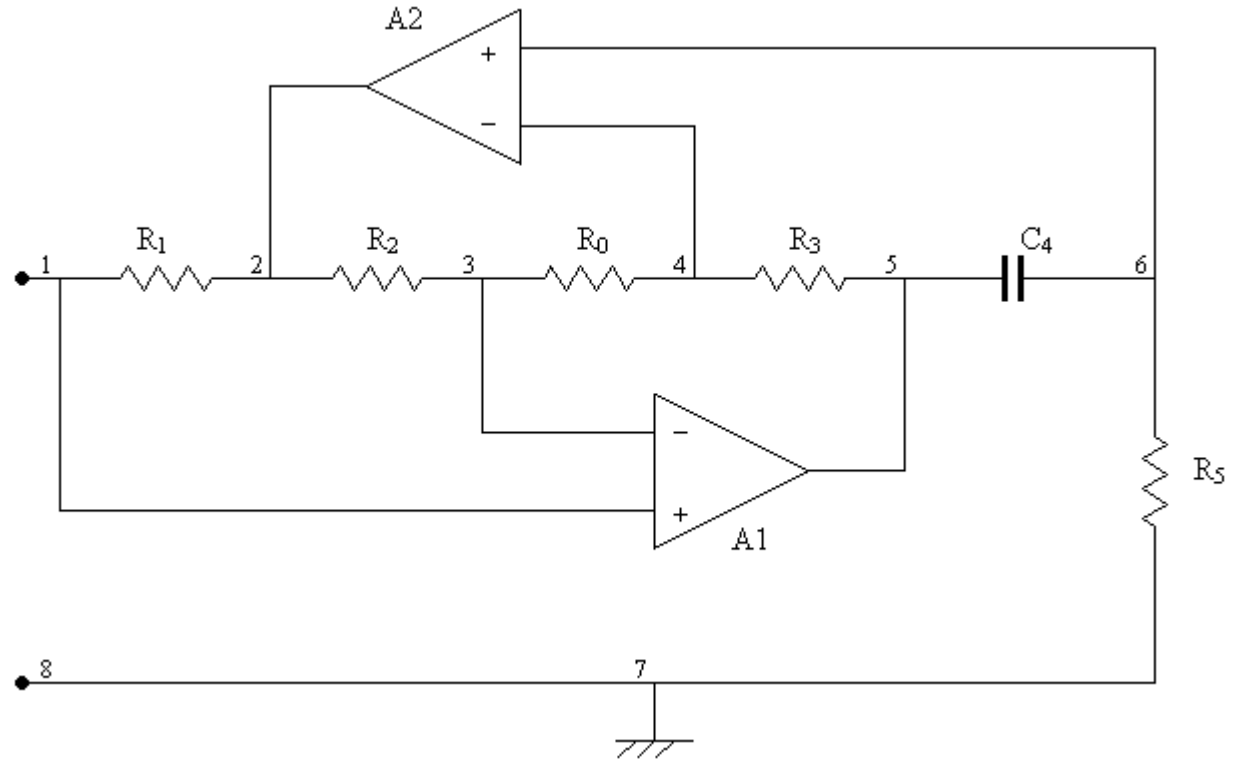
INDUTTANZA REALIZZATA CON IL CIRCUITO DI ANTONIOU MODIFICATO



Amplificatore Operazionale



Alimentatore



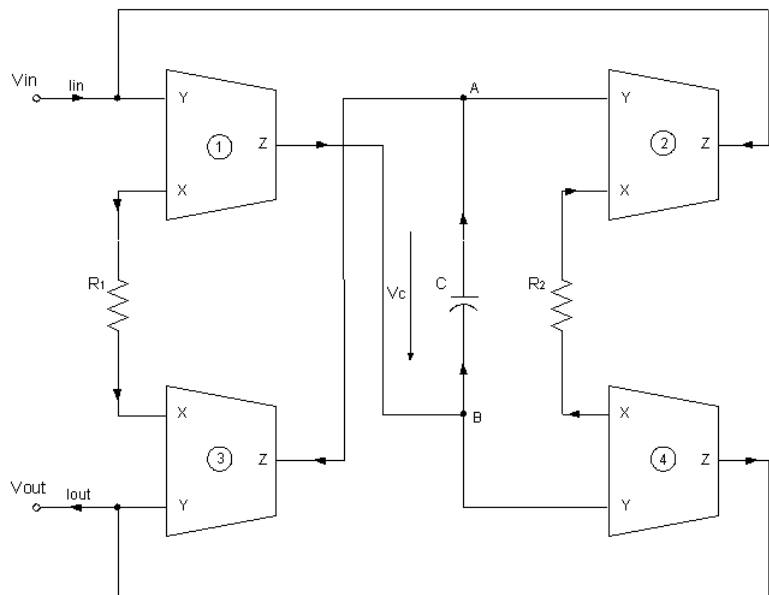
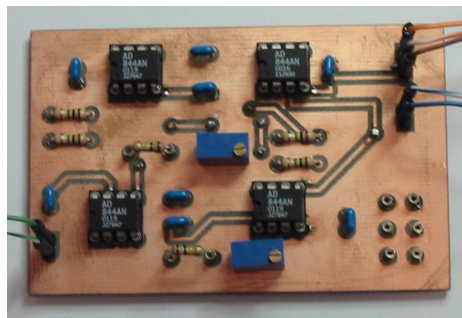
$$Z_{in} = s L_{eq} - R_S$$

$$L_{eq} = \frac{C_4 R_1 R_3 R_5}{R_2}$$

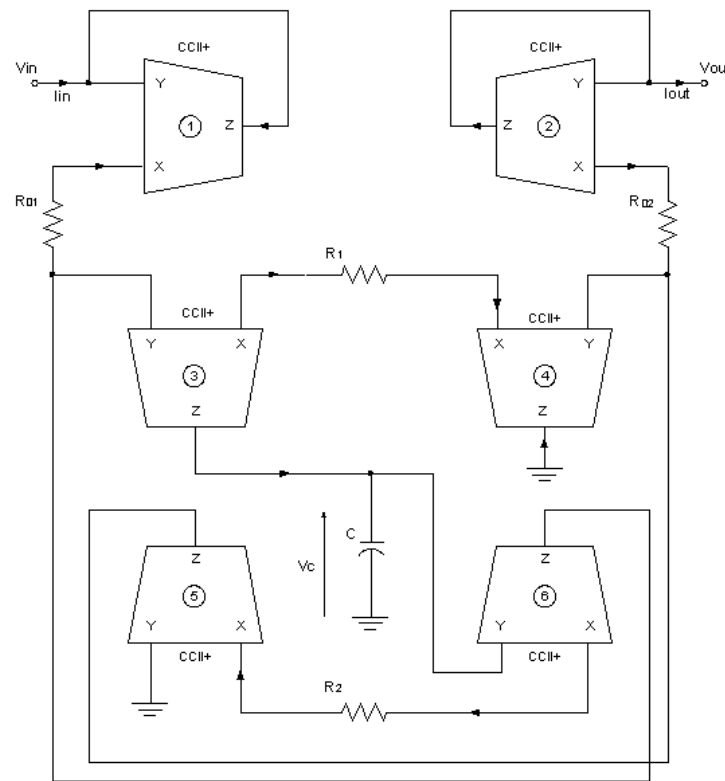
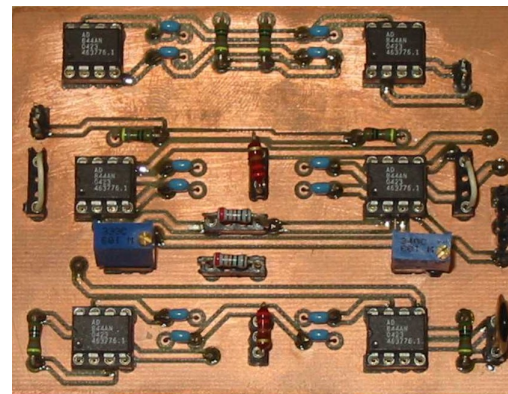
$$R_S = \frac{R_0 R_1}{R_2}$$

Induttanza realizzata dal Prof. G. Ferri utilizzando Current Conveyors AD844

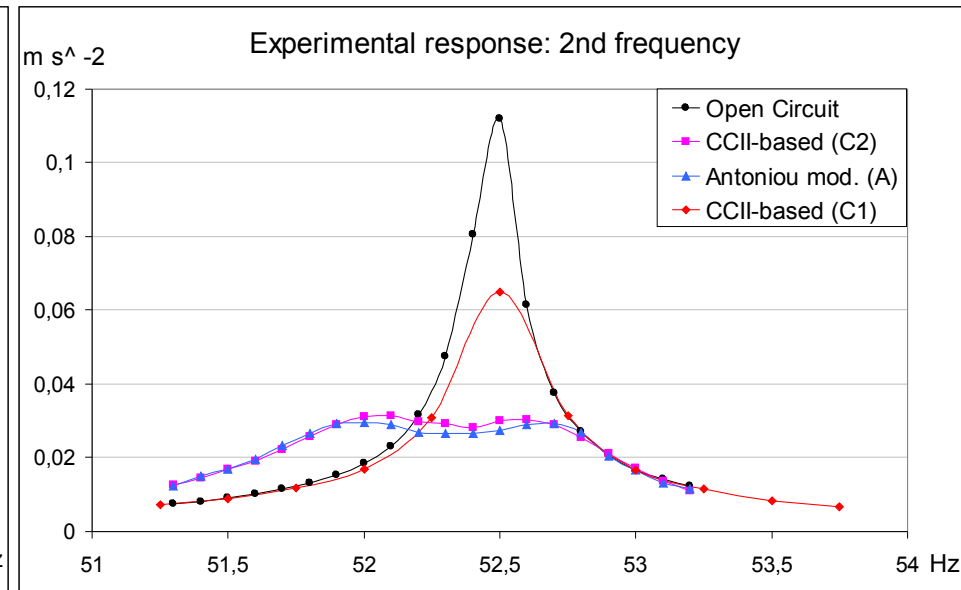
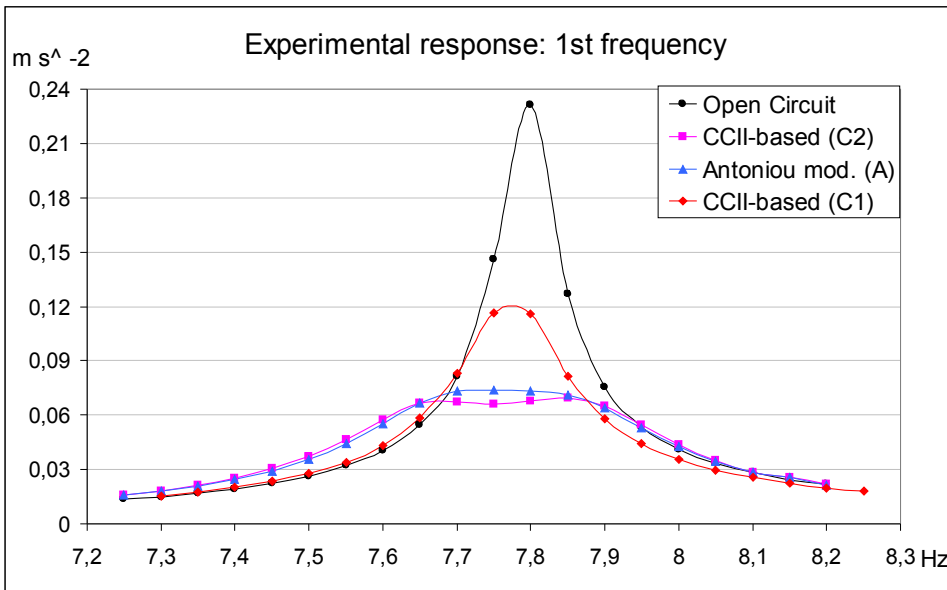
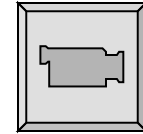
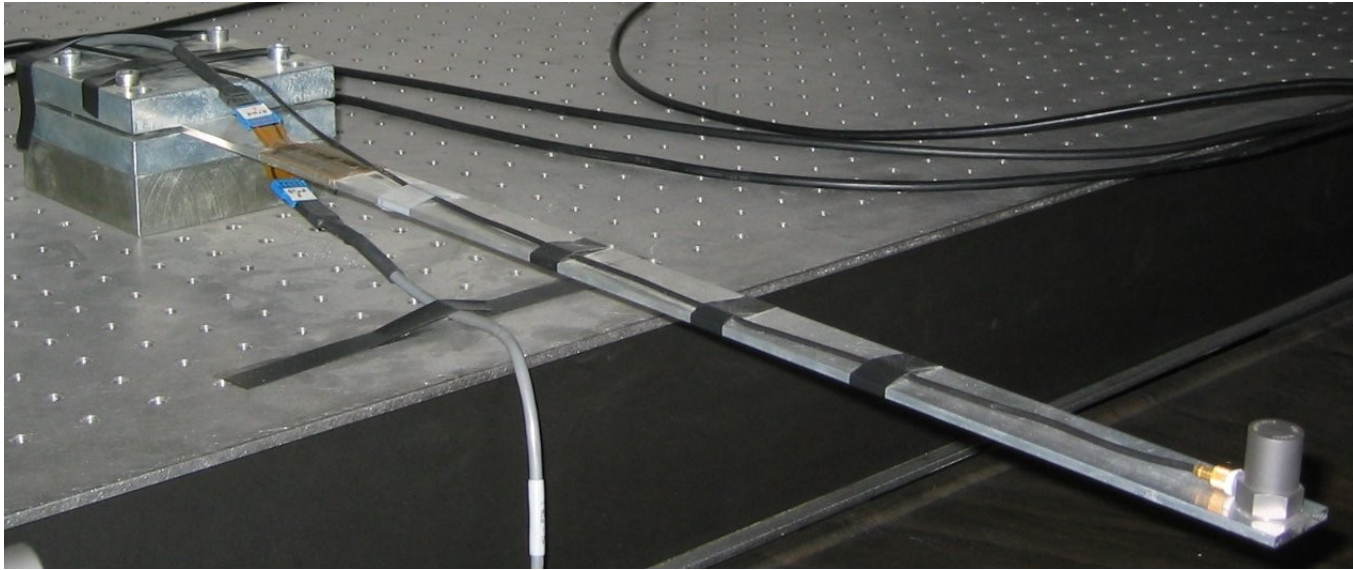
Induttanza senza compensazione
della Resistenza (C1)

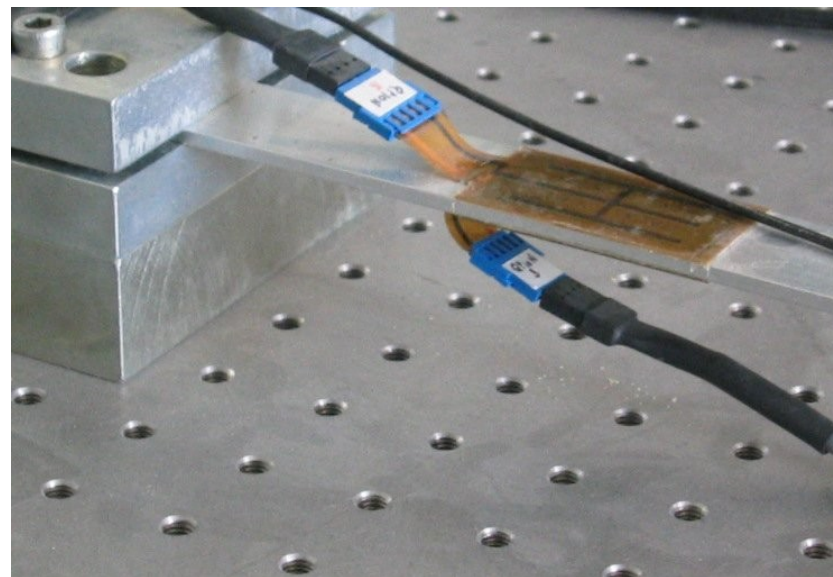
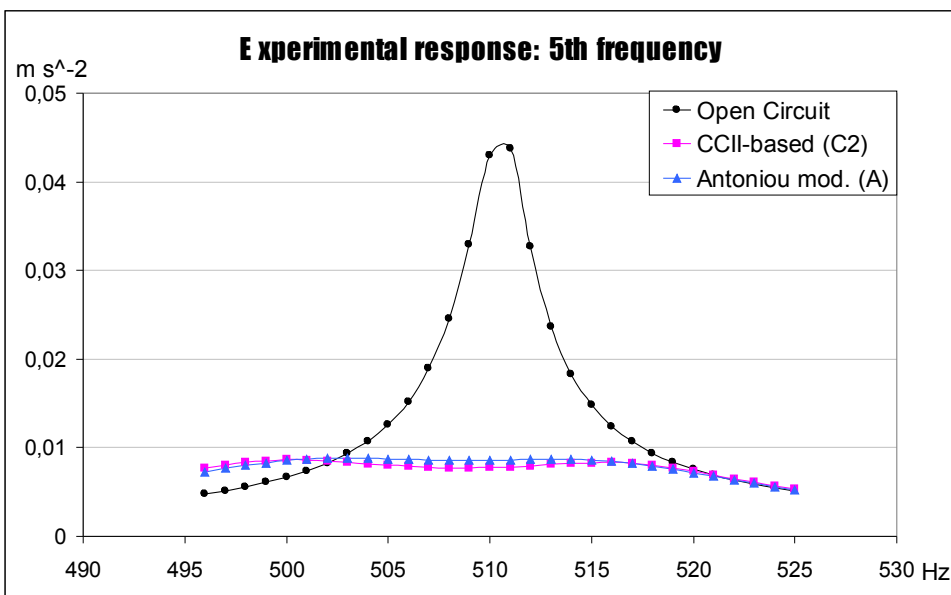
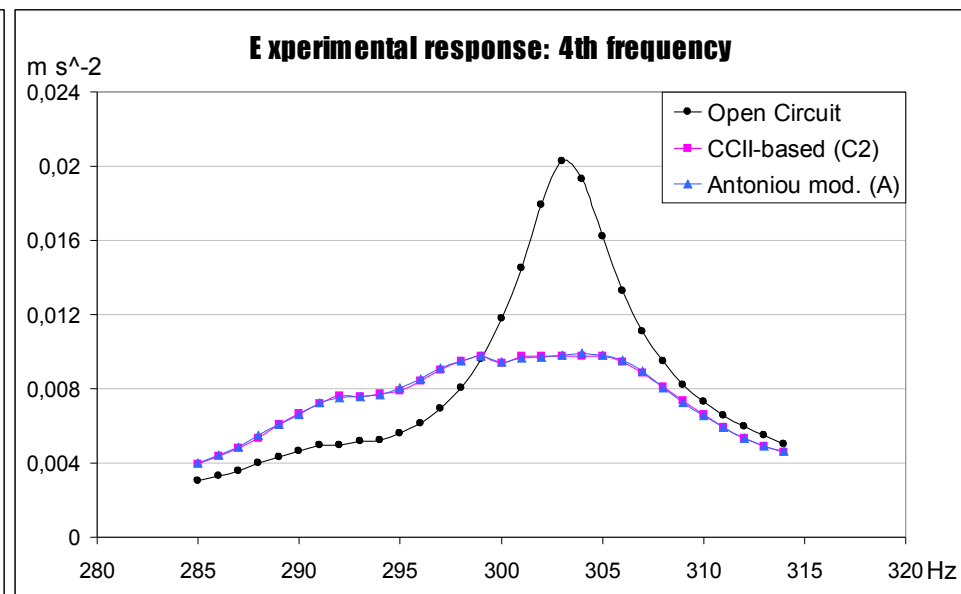
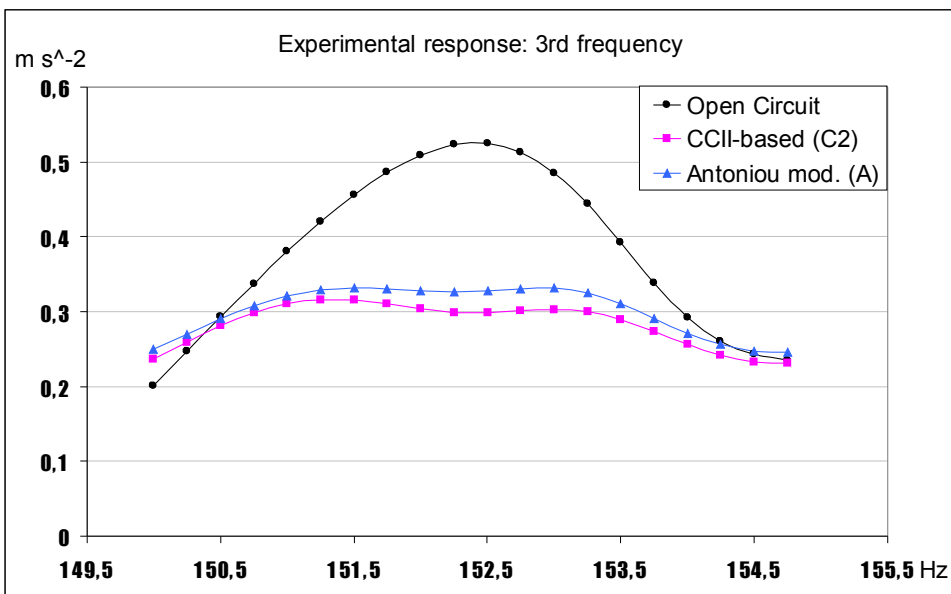


Induttanza con compensazione della Resistenza (C2)



RISULTATI SPERIMENTALI





Obiettivo raggiunto con la nuova induttanza simulata

L'induttanza realizzata dal Prof. Ferri mostra un comportamento analogo all'induttanza realizzata utilizzando il circuito di Antoniou modificato.

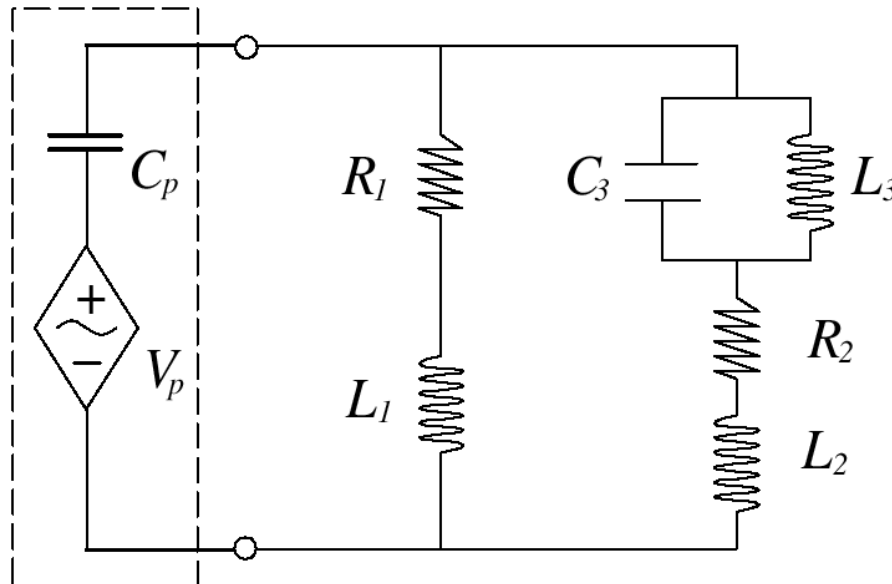
Ma essendo un'induttanza floating può essere utilizzata anche nei circuiti che riescono ad attenuare le risposte in corrispondenza di più di una frequenza di risonanza contemporaneamente.

Induttanza

Circuito di Antoniou

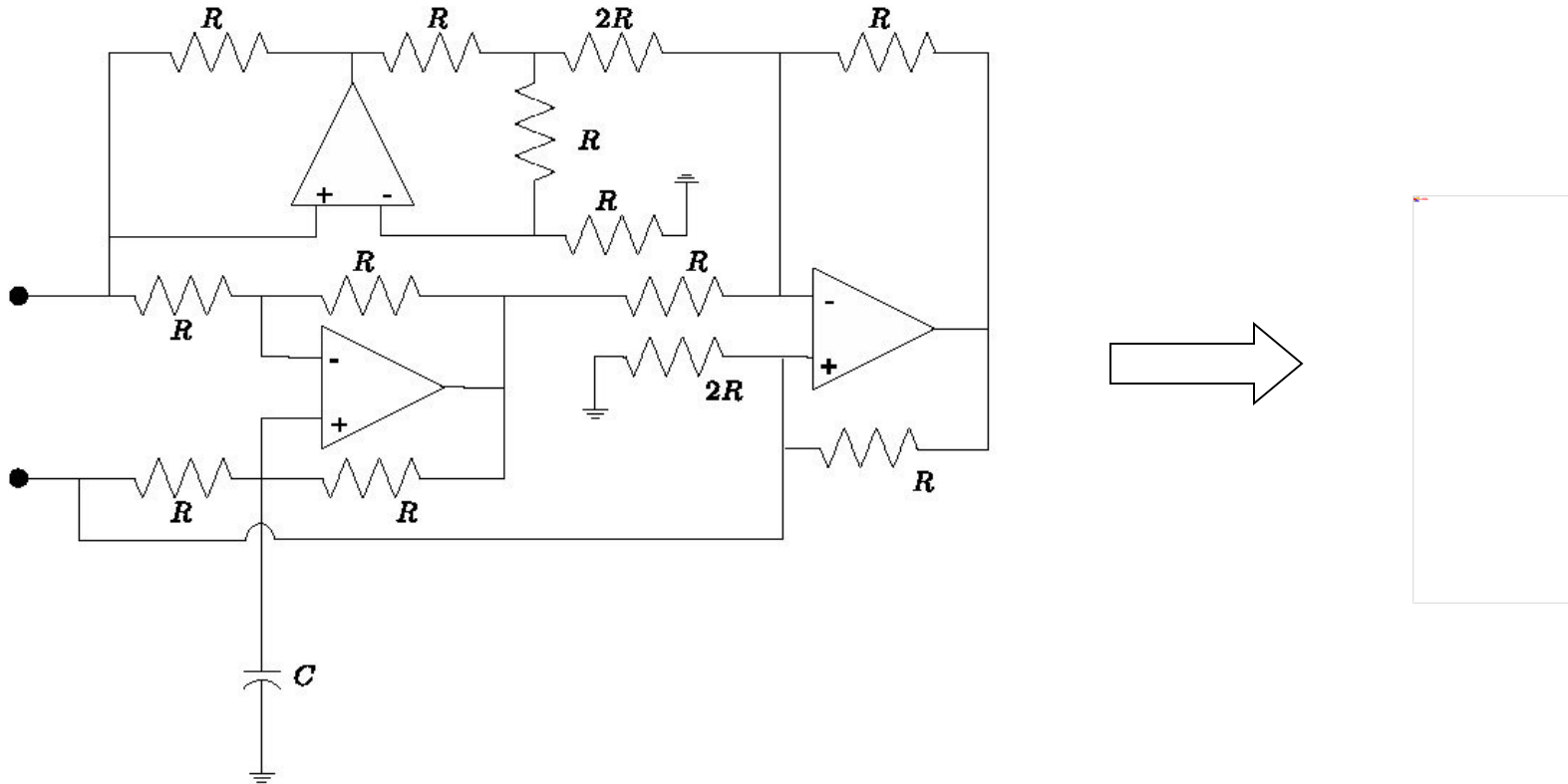
Induttanza

Circuito del Prof. Ferri



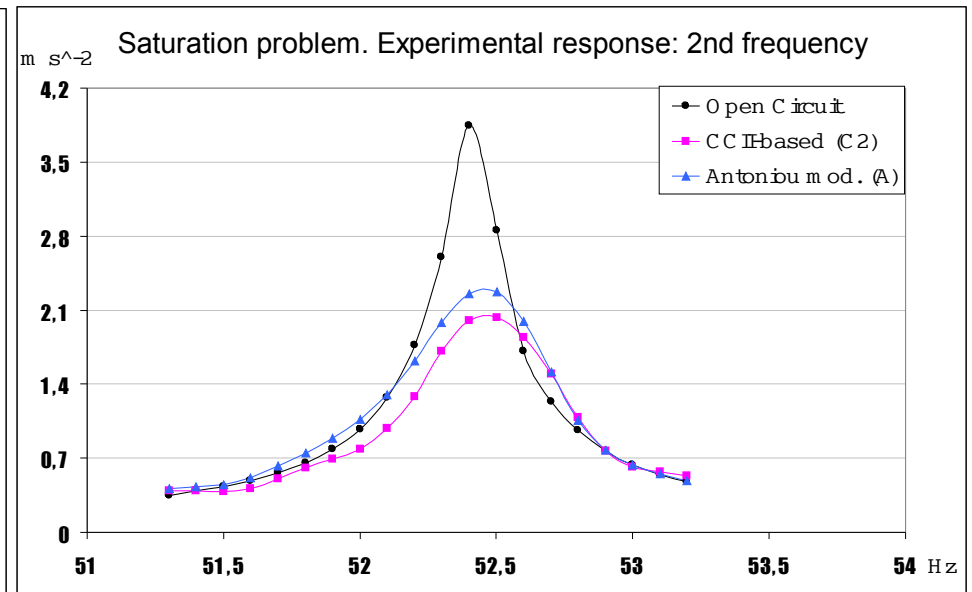
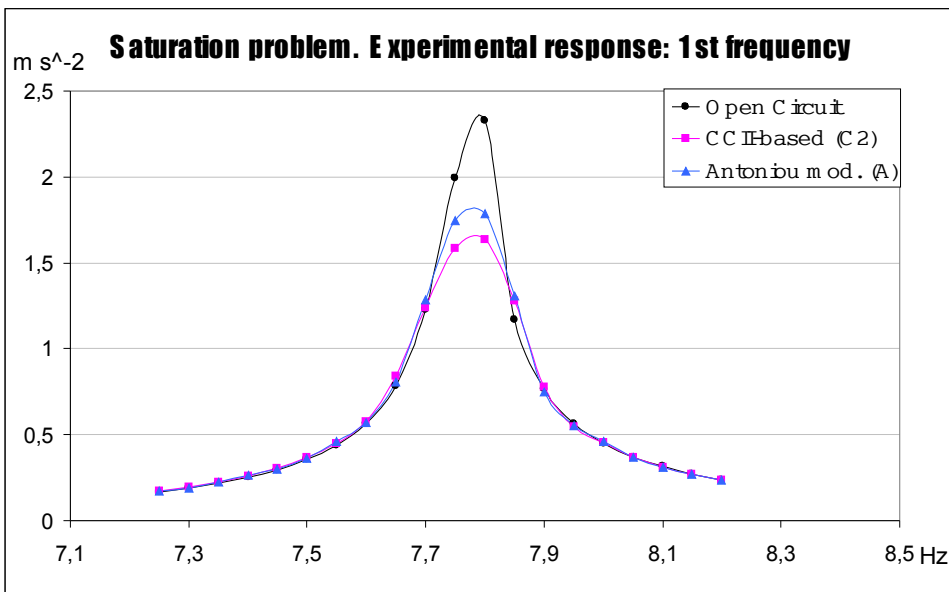
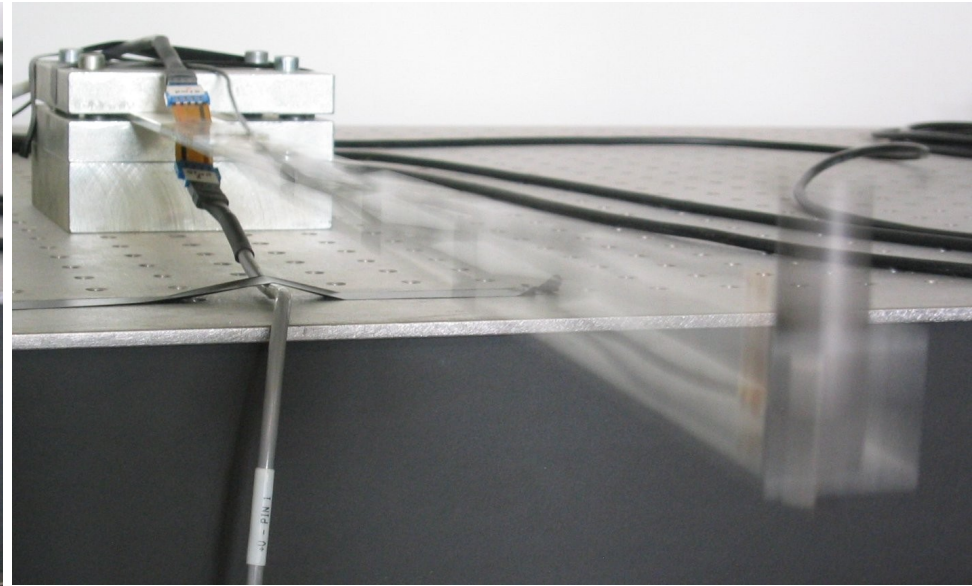
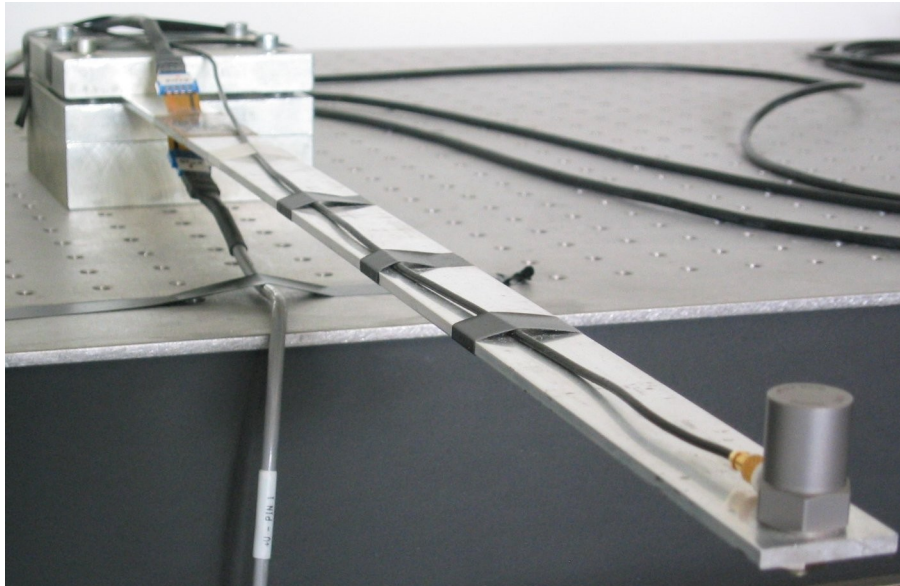
Circuito per smorzare due frequenze di risonanza

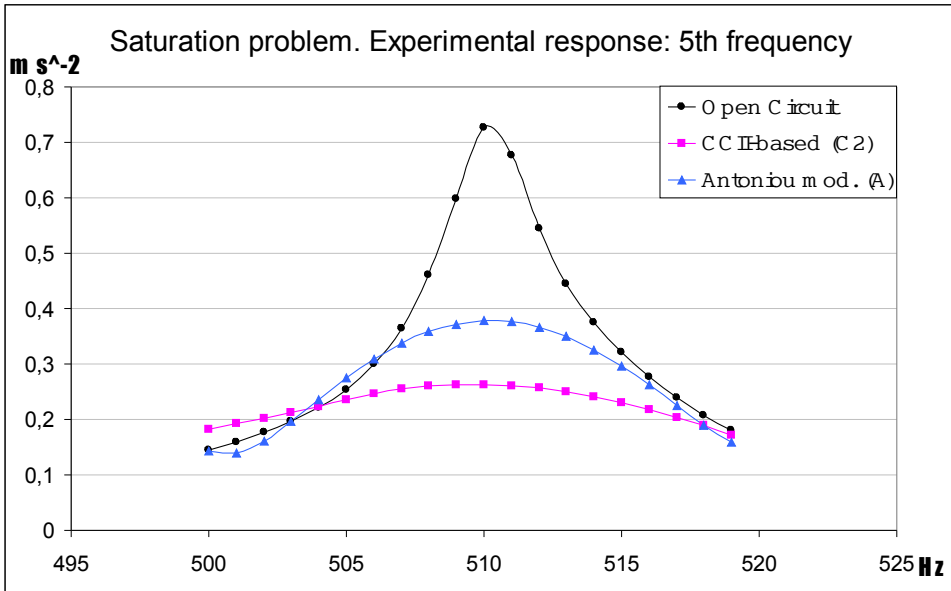
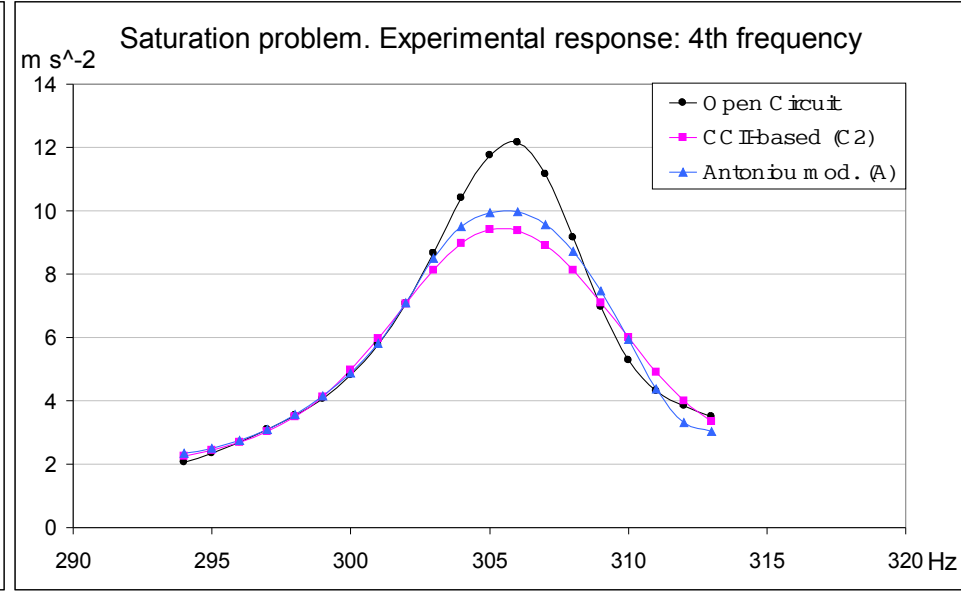
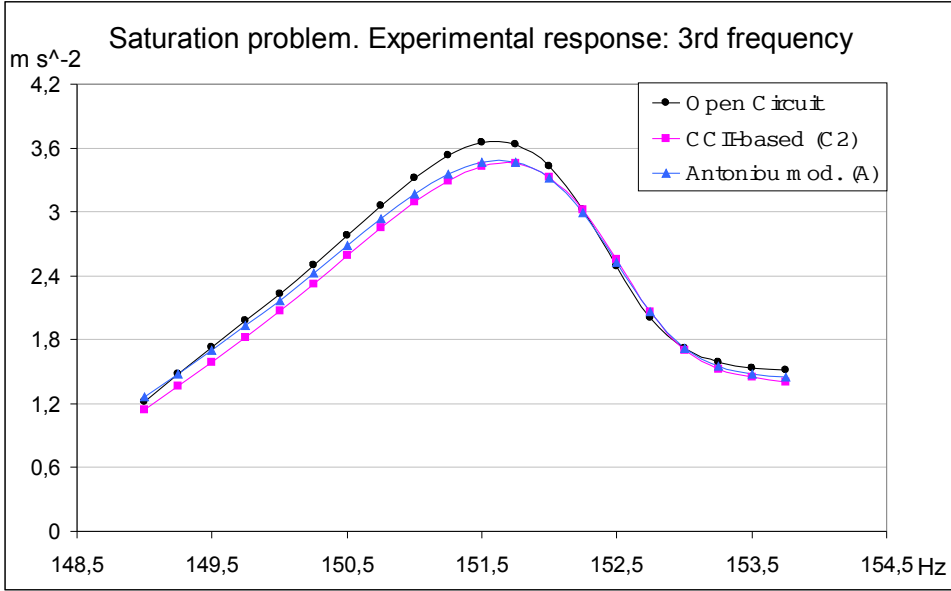
Il circuito di DEBOO realizza un'induttanza floating



Questo circuito risulta molto sensibile alla variazione delle resistenze R , tutte uguali, con cui deve essere realizzato per un corretto funzionamento.

“SATURAZIONE” DELL’INDUTTANZA

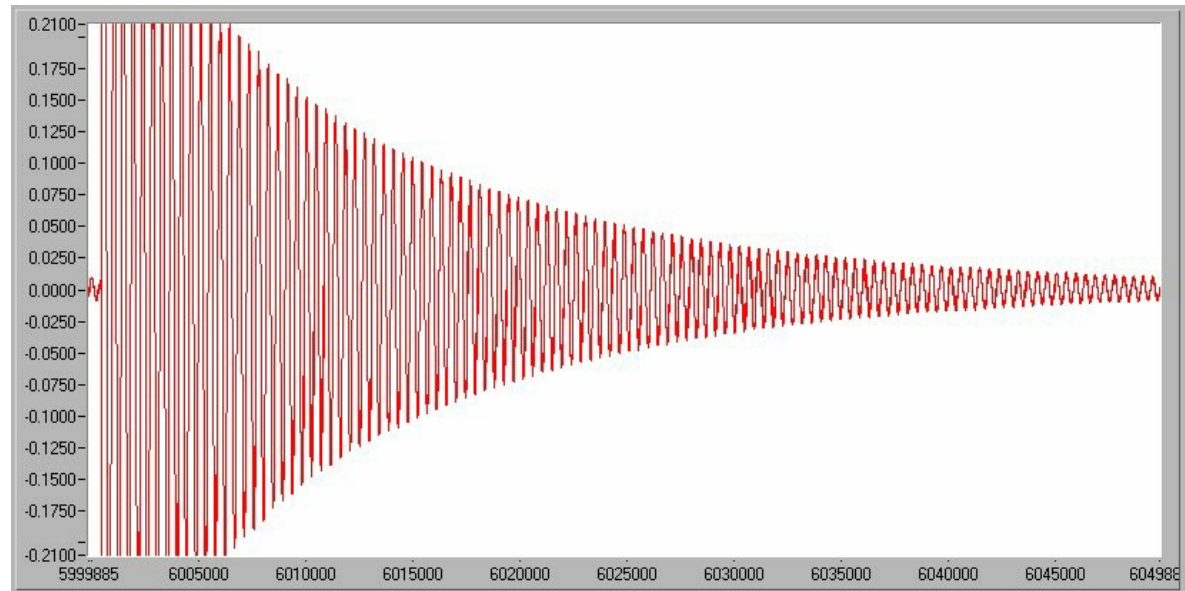
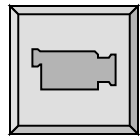




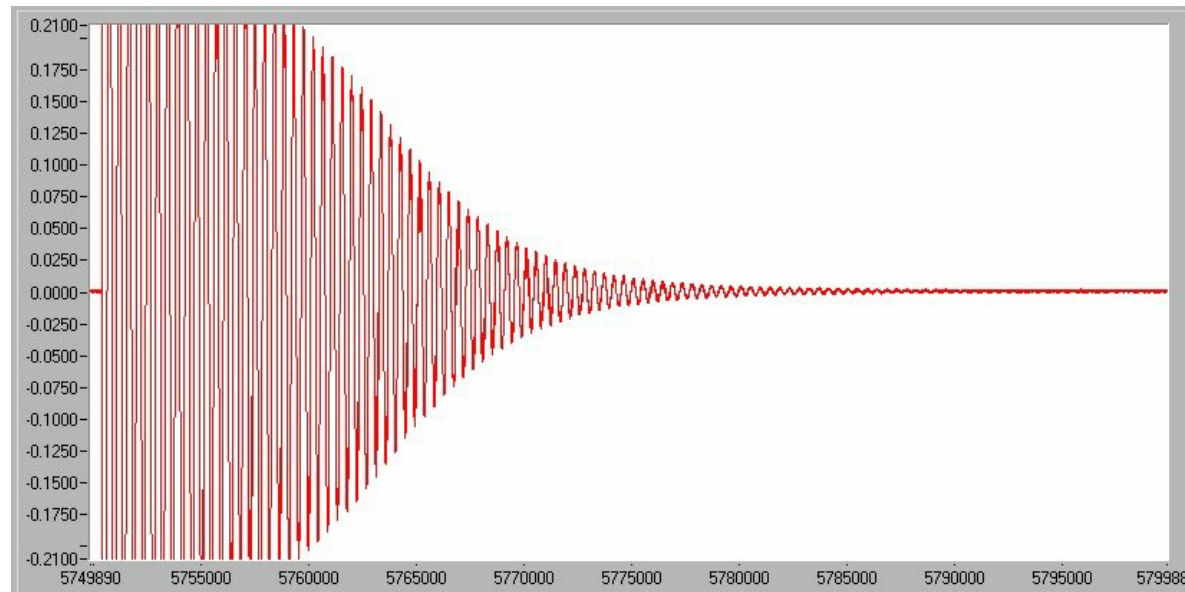
Il circuito con i Current Conveyors (C2) realizzato dal Prof. Ferri mostra un minore livello di saturazione rispetto al circuito di Antoniou modificato.

OSCILLAZIONI LIBERE: DISSIPAZIONE CON CIRCUITO

Circuito Aperto

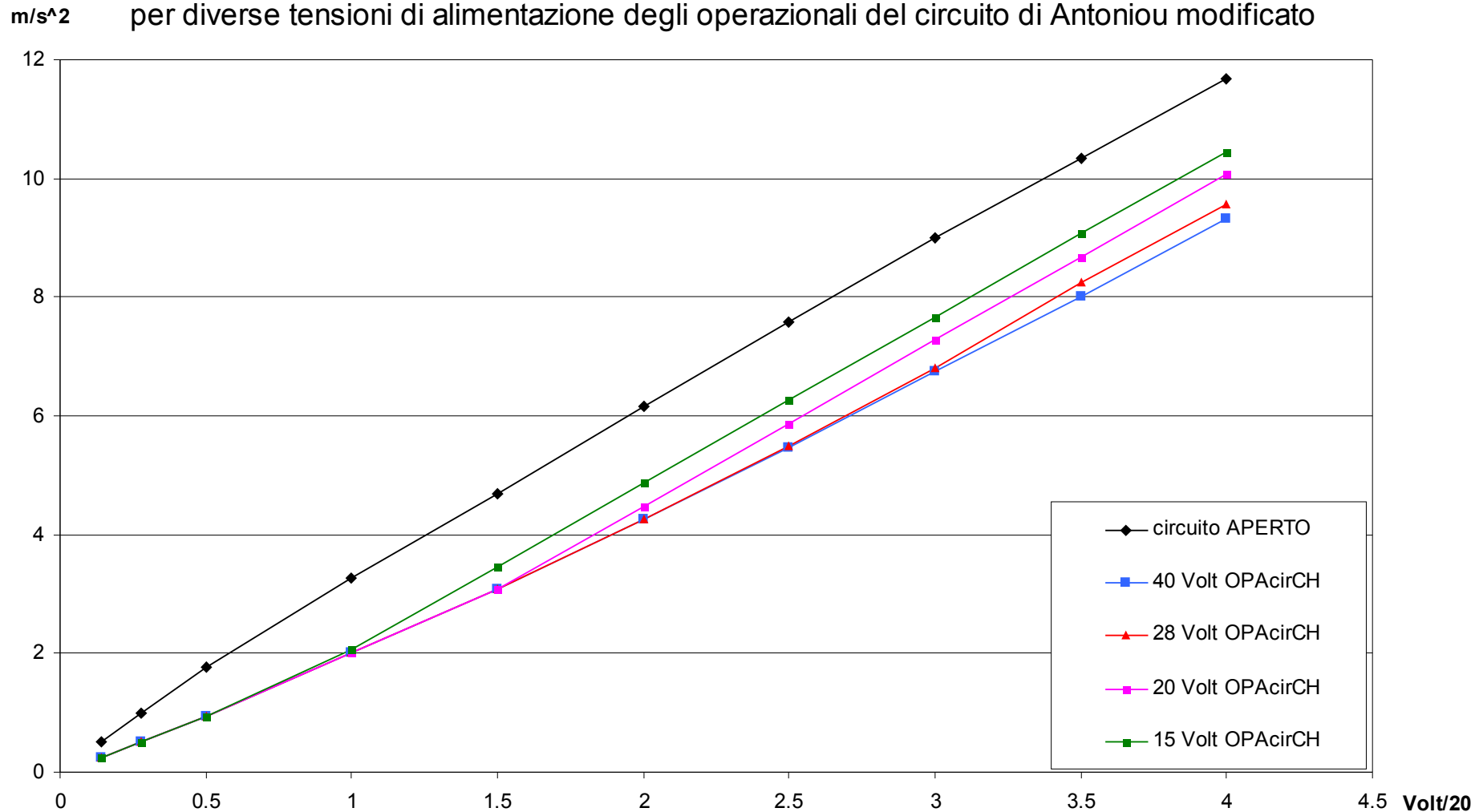


Circuito Chiuso



ALIMENTAZIONE DEGLI OPERAZIONALI

Barra sollecitata con attuttore piezoelettrico a 7.775 Hz. Accelerazione dell'estremità libera per diverse tensioni di alimentazione degli operazionali del circuito di Antoniou modificato



MODELLO MECCANO - ELETTRICO

La potenza totale è data dalla potenza esterna più quella interna della trave, delle lamine piezoelettriche e del circuito

$$W = W_{out} + W_b + W_a + W_s + W_c$$

$$W_{out} = \int_0^L (b \cdot w + c \cdot \omega) ds + f_0 \cdot w(0) + f_L \cdot w(L) + m_0 \cdot \omega(0) + m_L \cdot \omega(L)$$

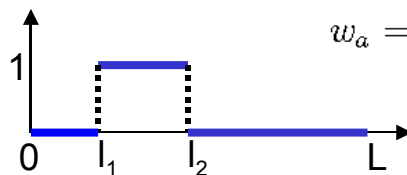
$$W_b = - \int_0^L (b_0 \cdot w + t \cdot \omega' + c_0 \cdot \omega + m \cdot \omega') ds; \quad \begin{array}{l} w \text{ la velocità della barra} \\ \omega \text{ velocità angolare della barra} \\ I_s \text{ la corrente} \end{array}$$

$$W_a = - \int_0^L H (b_{0a} \cdot w_a + n_a \cdot \omega'_a) ds \quad \begin{array}{l} b_0, b_{0a}, b_{0s} \text{ densità lineare di forze interne di volume} \\ c_0 \text{ densità lineare di coppie interne di volume} \\ b = -(\rho + \rho_p H) \ddot{x} \text{ densità lineare di forze esterne di volume} \end{array}$$

$$W_s = - \int_0^L H (b_{0s} \cdot w_s + n_s \cdot \omega'_s) ds \quad \begin{array}{l} c := 0 \text{ densità lineare di coppie esterne di volume} \\ f_0, f_L, m_0, m_L \text{ forze e coppie di contatto agenti all'estremità} \\ d = \{d_1, d_2, d_3\} \text{ base ortonormale di vettori della sezione} \\ t = Nd_1 + T_2d_2 + T_3d_3 \text{ vettore sforzo} \end{array}$$

$$W_c = \left(L \ddot{Q}_s + R \dot{Q}_s + V_s \right) I_s \quad \begin{array}{l} m = M_t d_1 + M_2 d_2 + M_3 d_3 \text{ vettore sforzo di coppia} \\ n_a \text{ sforzo nella lamina piezoelettrica usata come attuatore} \\ n_s \text{ sforzo nella lamina piezoelettrica usata come sensore} \end{array}$$

$$H = \begin{cases} 0 & s \in [0; l_1[\cup]l_2; L] \\ 1 & s \in [l_1; l_2] \end{cases}$$



$$w_a = w + \omega \times \frac{h}{2} d_2; \quad w_s = w - \omega \times \frac{h}{2} d_2$$

Il principio di obiettività richiede che \forall atto di moto rigido e \forall corrente I_s , sia:

$$\begin{aligned} b_0 \cdot \omega + t \cdot \omega' + c_0 \cdot \omega + m \cdot \omega' &= 0 \\ b_{0a} \cdot \omega_a + n_a \cdot \omega'_a &= 0 \\ b_{0s} \cdot \omega_s + n_s \cdot \omega'_s &= 0 \\ \mathbf{L} \dot{Q}_s + R \dot{Q}_s + V_s &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} b_0 &= 0, & c_0 &= -x' \times t \\ b_{0a} &= 0, & 0 &= -x'_a \times n_a \\ b_{0s} &= 0, & 0 &= -x'_s \times n_s \end{aligned}$$

essendo il moto rigido:

$$\begin{aligned} \omega &= \bar{\omega} \Rightarrow \omega' = 0 \\ \omega &= \dot{\bar{x}} + \bar{\omega} \times (x - x_0) \Rightarrow \omega' = \bar{\omega} \times x' \end{aligned}$$

Inoltre deve risultare $W = 0, \forall$ atto di moto compatibile con i vincoli.

Integrando per parti si ottiene:

$$\begin{aligned} &\int_0^L (b + t' + n_{a1} H' + n_{s1} H') \cdot \omega \, ds + \\ &+ \int_0^L \left(c + x' \times t + m' + \frac{h}{2} d_2 \times n_{a1} H' - \frac{h}{2} d_2 \times n_{s1} H' \right) \cdot \omega \, ds + \\ &+ (f_0 + t(0)) \cdot \omega(0) + (m_0 + m(0)) \cdot \omega(0) + \\ &+ (t(l_1^+) - t(l_1^-)) \cdot \omega(l_1) + (m(l_1^+) - m(l_1^-)) \cdot \omega(l_1) + \\ &+ (t(l_2^+) - t(l_2^-)) \cdot \omega(l_2) + (m(l_2^+) - m(l_2^-)) \cdot \omega(l_2) + \\ &- n_{a2} \cdot \omega(l_2) + n_{a2} \cdot \omega(l_1) - \frac{h}{2} d(l_2) \times n_{a2} \cdot \omega(l_2) + \frac{h}{2} d(l_1) \times n_{a2} \cdot \omega(l_1) + \\ &- n_{s2} \cdot \omega(l_2) + n_{s2} \cdot \omega(l_1) + \frac{h}{2} d(l_2) \times n_{s2} \cdot \omega(l_2) - \frac{h}{2} d(l_1) \times n_{s2} \cdot \omega(l_1) + \\ &+ (f_L - t(L)) \cdot \omega(L) + (m_L - m(L)) \cdot \omega(L) + \\ &+ (\mathbf{L} \dot{Q}_s + R \dot{Q}_s + V_s) I_s = 0 \end{aligned}$$

Essendo:

$$\begin{aligned} n_a &= n_{a1} + n_{a2} \\ n'_a &= 0 \\ n_s &= n_{s1} + n_{s2} \\ n'_s &= 0 \end{aligned}$$

e in particolare:

$$\begin{aligned} \int_0^L n_a H \cdot \omega'_a \, ds &= -n_{a1} \int_0^L H' \omega_a \, ds + n_{a2} (\omega_a(l_2) - \omega_a(l_1)) \\ \int_0^L n_s H \cdot \omega'_s \, ds &= -n_{s1} \int_0^L H' \omega_s \, ds + n_{s2} (\omega_s(l_2) - \omega_s(l_1)) \end{aligned}$$

EQUAZIONI DI BILANCIO

$$\left\{ \begin{array}{l} b + t' + n_{o1}H' + n_{s1}H' = 0 \\ c + x' \times t + m' + \frac{h}{2}d_2 \times n_{o1}H' - \frac{h}{2}d_2 \times n_{s1}H' = 0 \\ \mathbf{L} \ddot{Q}_s + \mathbf{R} \dot{Q}_s + V_s = 0 \end{array} \right.$$

CONDIZIONI AL CONTORNO

$$\left\{ \begin{array}{l} f_0 + t(0) = 0 \\ m_0 + m(0) = 0 \\ -t(l_1^-) + t(l_1^+) + n_{o2} + n_{s2} = 0 \\ -m(l_1^-) + m(l_1^+) + \frac{h}{2}d_2(l_1) \times n_{o2} - \frac{h}{2}d_2(l_1) \times n_{s2} = 0 \\ -t(l_2^-) + t(l_2^+) - n_{o2} - n_{s2} = 0 \\ -m(l_2^-) + m(l_2^+) - \frac{h}{2}d_2(l_2) \times n_{o2} + \frac{h}{2}d_2(l_1) \times n_{s2} = 0 \\ f_L - t(L) = 0 \\ m_L - m(L) = 0 \end{array} \right.$$

La distribuzione di forze esterna si assume costituita dalle sole forze di inerzia:

$$b := - (\rho + \rho_p H) \ddot{x}$$

$$c := 0$$

Utilizzando il modello di trave di Eulero si dà una descrizione del moto linearizzata in corrispondenza di una configurazione rettilinea.

$$t = N d_1 + T d_2$$

$$m = M d_3$$

$$n_s = N_s d_1$$

$$n_a = N_a d_1$$

si ipotizza inestensibilità e indeformabilità a taglio

$$\varepsilon = u' = 0$$

$$\gamma = v' - \theta = 0 \Rightarrow v' = \theta$$

$$M = EI \theta' = EI v''$$

EQUAZIONI DI BILANCIO SCALARI

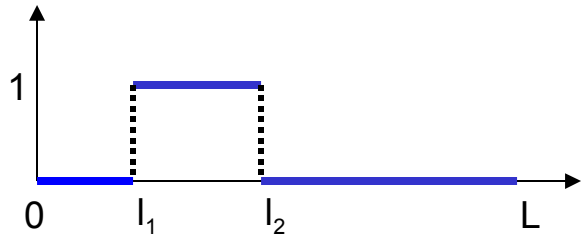
$$\begin{cases} T' - (\rho + \rho_p H) \ddot{v} = 0 \\ M' + T - \frac{h}{2} N_{a1} H' + \frac{h}{2} N_{s1} H' = 0 \\ L \ddot{Q}_s + R \dot{Q}_s + V_s = 0 \end{cases}$$

CONDIZIONI AL CONTORNO

$$\begin{cases} v(0) = 0 \\ v'(0) = 0 \\ v(l_1^-) - v(l_1^+) = 0 \\ v'(l_1^-) - v'(l_1^+) = 0 \\ -T(l_1^-) + T(l_1^+) = 0 \\ -EIv''(l_1^-) + EIv''(l_1^+) - \frac{h}{2} N_{a2} + \frac{h}{2} N_{s2} = 0 \\ v(l_2^-) - v(l_2^+) = 0 \\ v'(l_2^-) - v'(l_2^+) = 0 \\ -T(l_2^-) + T(l_2^+) = 0 \\ -EIv''(l_2^-) + EIv''(l_2^+) + \frac{h}{2} N_{a2} - \frac{h}{2} N_{s2} = 0 \\ M(L) = m_a h_a^2 \ddot{v}'(L, t) \\ T(L) = m_a \ddot{v}(L) \end{cases}$$

$$M'' + (\rho + \rho_p H) \ddot{v} = -\frac{h}{2} N_{s1} H'' + \frac{h}{2} N_{a1} H''$$

$$\mathbf{L} \ddot{\mathbf{Q}}_s + R \dot{\mathbf{Q}}_s + V_s = \mathbf{0}$$



$$H = \begin{cases} 0 & s \in [0; l_1[\cup]l_2; L] \\ 1 & s \in [l_1; l_2] \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} N_a \\ Q_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{C}_{11}^E & \bar{e}_{31} \\ \bar{e}_{31} & -C_{ap} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_a \\ V_a \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N_s \\ V_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{C}_{11}^D & -\bar{h}_{31} \\ -\bar{h}_{31} & 1/C_{ap} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_s \\ Q_s \end{pmatrix}$$

$$\Delta_s = -\Delta_a = \frac{h}{2} (v'(l_2) - v'(l_1))$$

$$M = EI v''$$

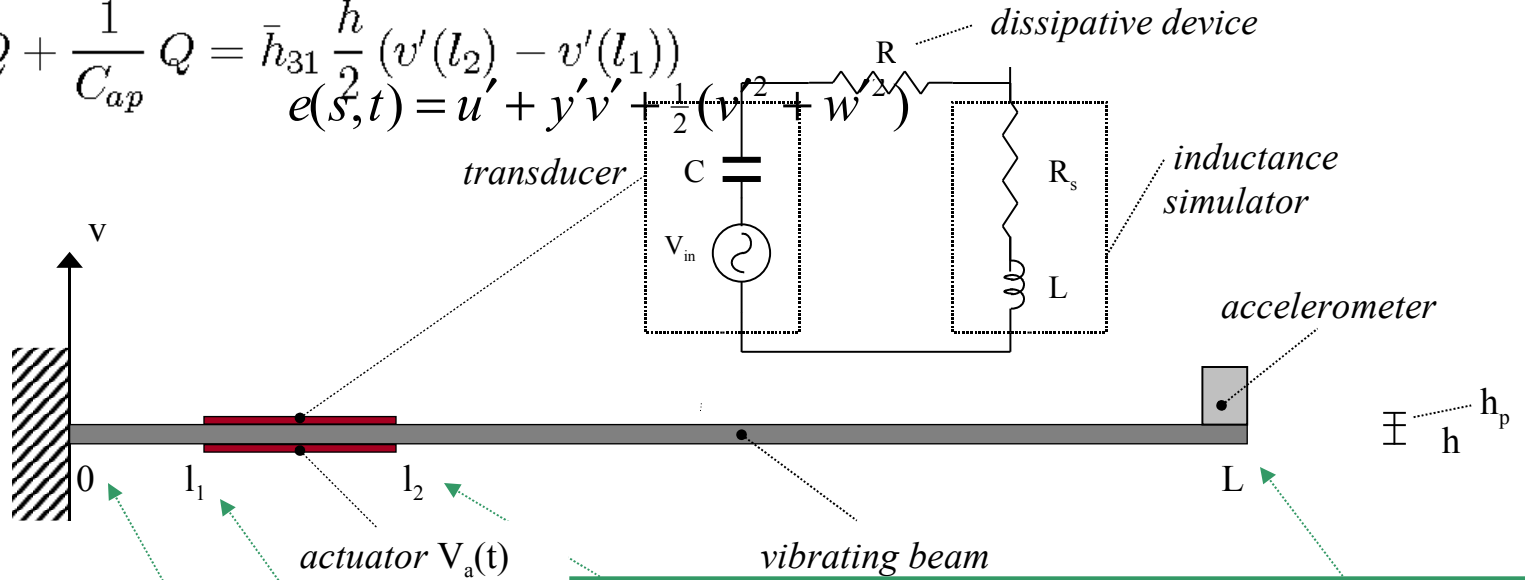
$$EI v'''' + c \dot{v} + (\rho + \rho_p H) \ddot{v} = \frac{h}{2} \bar{h}_{31} Q H'' + \frac{h}{2} \bar{e}_{31} V_a H''$$

$$\mathbf{L} \ddot{\mathbf{Q}} + R \dot{\mathbf{Q}} + \frac{1}{C_{ap}} \mathbf{Q} = \bar{h}_{31} \frac{h}{2} (v'(l_2) - v'(l_1))$$

$$EIv'''' + c\dot{v} + (\rho + \rho_p H) \ddot{v} = \frac{h}{2} \bar{h}_{31} Q H'' + \frac{h}{2} \bar{e}_{31} V_a H''$$

$$L \ddot{Q} + R \dot{Q} + \frac{1}{C_{ap}} Q = \bar{h}_{31} \frac{h}{2} (v'(l_2) - v'(l_1))$$

$$e(s, t) = u' + y'v' + \frac{1}{2}(v'^2 + w'^2)$$



$$\begin{aligned} v(0) &= 0 \\ v'(0) &= 0 \end{aligned}$$

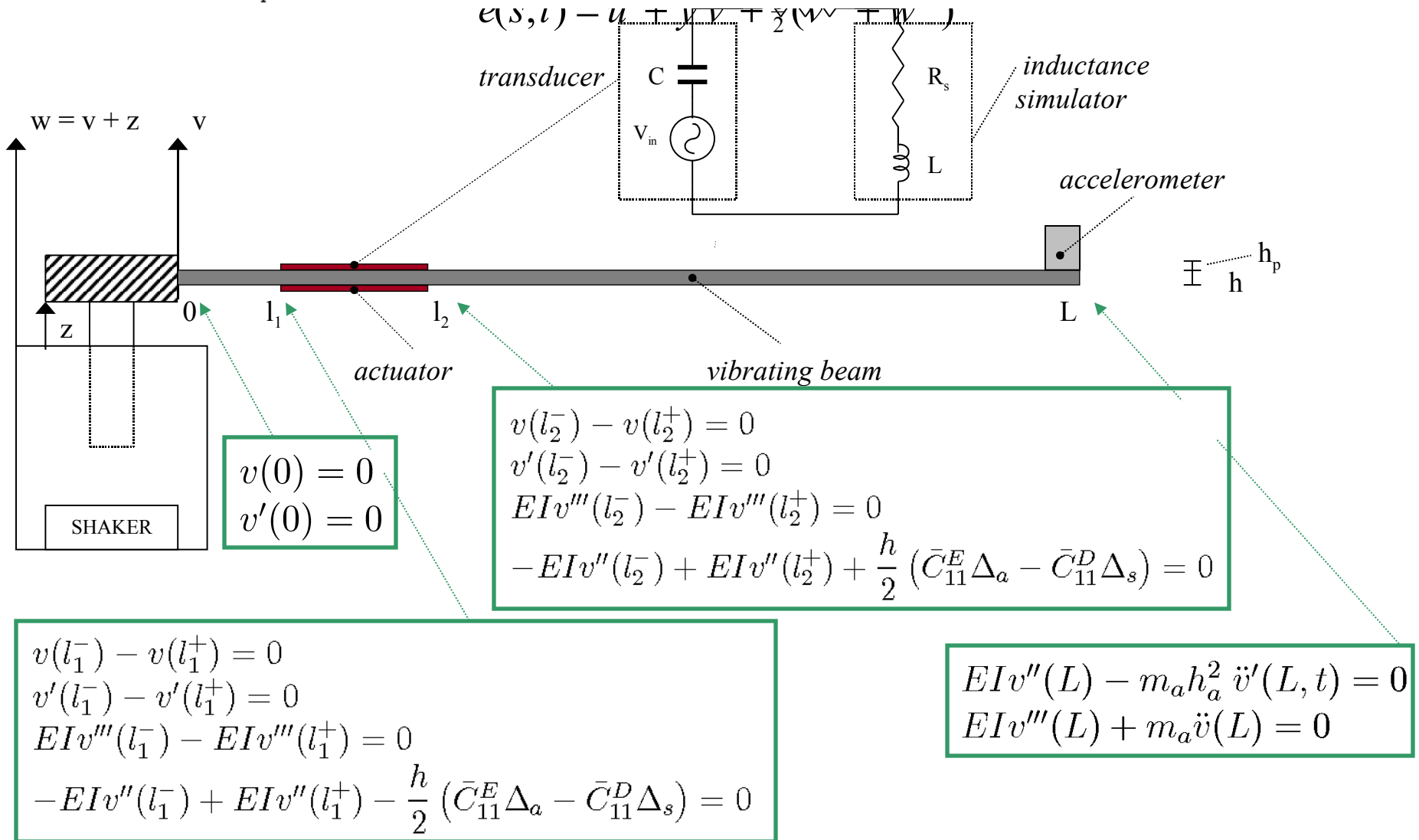
$$\begin{aligned} v(l_2^-) - v(l_2^+) &= 0 \\ v'(l_2^-) - v'(l_2^+) &= 0 \\ EIv'''(l_2^-) - EIv'''(l_2^+) &= 0 \\ -EIv''(l_2^-) + EIv''(l_2^+) + \frac{h}{2} (\bar{C}_{11}^E \Delta_a - \bar{C}_{11}^D \Delta_s) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v(l_1^-) - v(l_1^+) &= 0 \\ v'(l_1^-) - v'(l_1^+) &= 0 \\ EIv'''(l_1^-) - EIv'''(l_1^+) &= 0 \\ -EIv''(l_1^-) + EIv''(l_1^+) - \frac{h}{2} (\bar{C}_{11}^E \Delta_a - \bar{C}_{11}^D \Delta_s) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EIv''(L) - m_a h_a^2 \ddot{v}'(L, t) &= 0 \\ EIv'''(L) + m_a \ddot{v}(L) &= 0 \end{aligned}$$

$$EIv'''' + c\dot{v} + (\rho + \rho_p H) \ddot{v} = \frac{h}{2} \bar{h}_{31} Q H'' + \frac{h}{2} \bar{e}_{31} V_a H'' - (\rho + \rho_p H + m_a \delta(s - L)) \ddot{z}$$

$$L \ddot{Q} + R \dot{Q} + \frac{1}{C_{op}} Q = \bar{h}_{31} \frac{h}{2} (v'(l_2) - v'(l_1))$$



$$v(s, t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(s) X_i(t) \quad w(s, t) = v(s, t) + z(t)$$

$$1) \quad \ddot{X}_i + 2\omega_i \zeta_i \dot{X}_i + \omega_i^2 X_i + \frac{\lambda_i}{\|\Phi_i\|} Q = \mu_i V_a - \eta_i \ddot{z}$$

$$2) \quad \mathbf{L} \ddot{Q} + R \dot{Q} + \frac{1}{C_{ap}} Q + \sum_{j=1}^N \lambda_j X_j = 0$$

$$\|\Phi_i\| = \int_0^L \rho \Phi_i^2(s) ds + \int_{l_1}^{l_2} \rho_p \Phi_i^2(s) ds$$

$$\lambda_i = -\frac{h}{2} \bar{h}_{31} (\Phi_i'(l_2) - \Phi_i'(l_1))$$

$$\mu_i = \frac{h}{2} \bar{e}_{31} \frac{\Phi_i'(l_2) - \Phi_i'(l_1)}{\|\Phi_i\|}$$

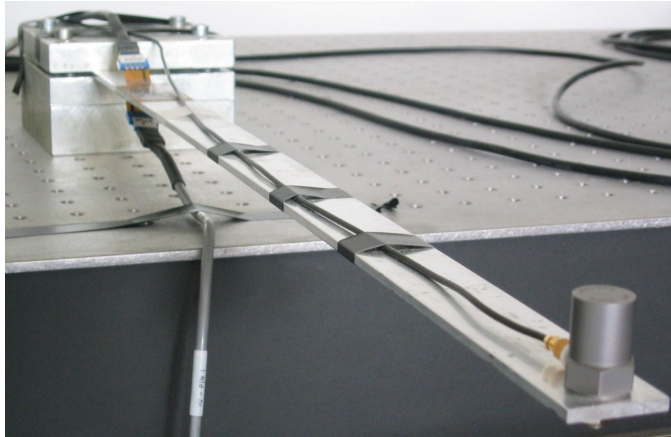
$$\eta_i = \frac{\int_0^L \rho \Phi_i(s) ds + \int_{l_1}^{l_2} \rho_p \Phi_i(s) ds + m_a \Phi_i(L)}{\|\Phi_i\|}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \\ \ddot{X}_3 \\ \ddot{X}_4 \\ \ddot{X}_5 \\ \ddot{Q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\omega_1\zeta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\omega_2\zeta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega_3\zeta_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\omega_4\zeta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\omega_5\zeta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{Q} \end{bmatrix} +$$

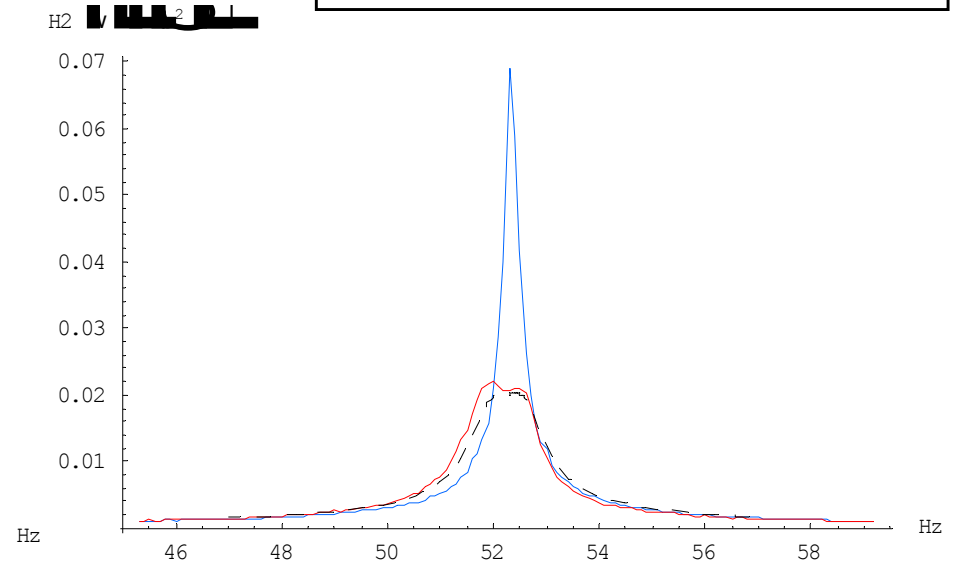
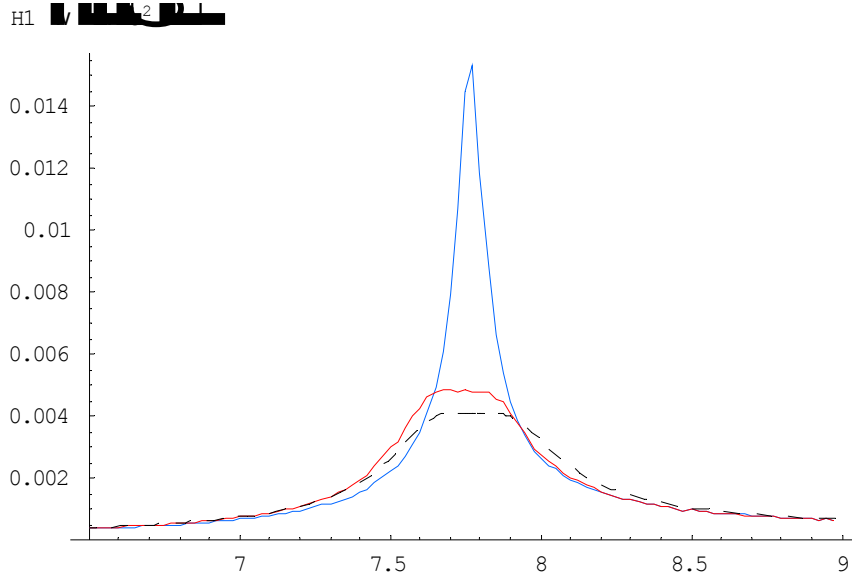
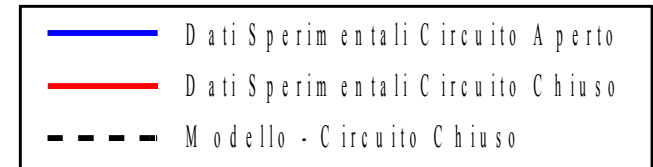
$$+ \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_1 / \|\Phi_1\| \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 / \|\Phi_2\| \\ 0 & 0 & \omega_3^2 & 0 & 0 & \lambda_3 / \|\Phi_3\| \\ 0 & 0 & 0 & \omega_4^2 & 0 & \lambda_4 / \|\Phi_4\| \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_5^2 & \lambda_5 / \|\Phi_5\| \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_5 & 1/C_{ap} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \\ 0 \end{bmatrix} V_a - \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{z}$$

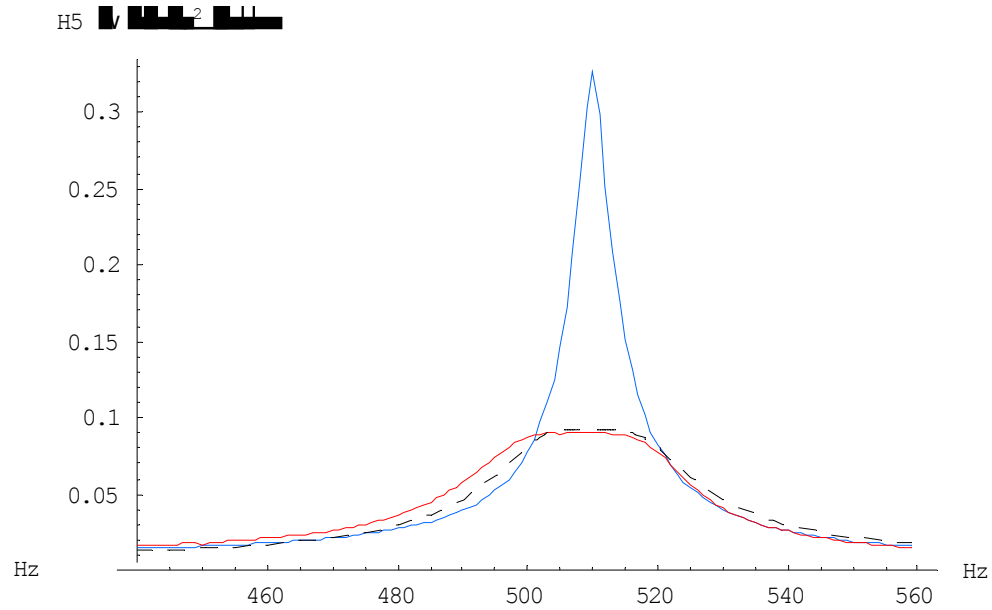
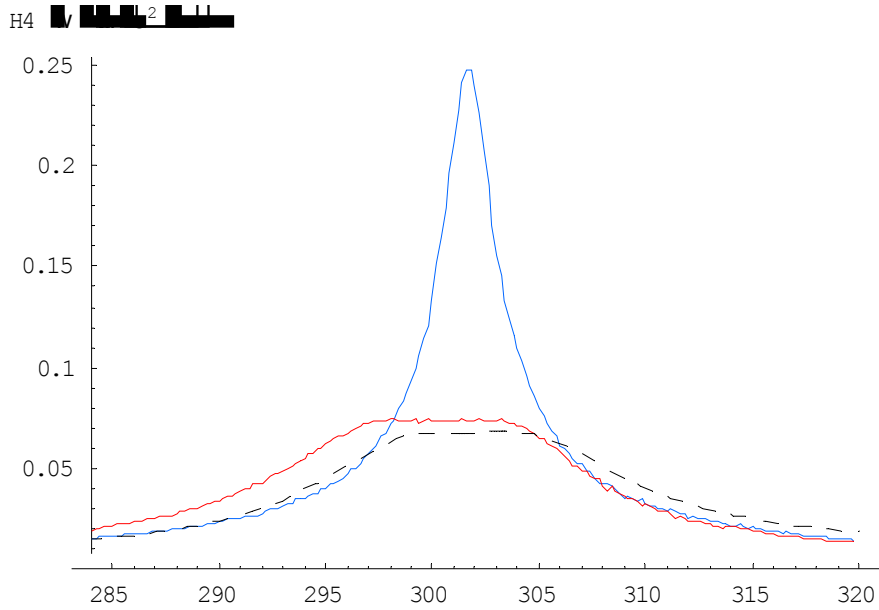
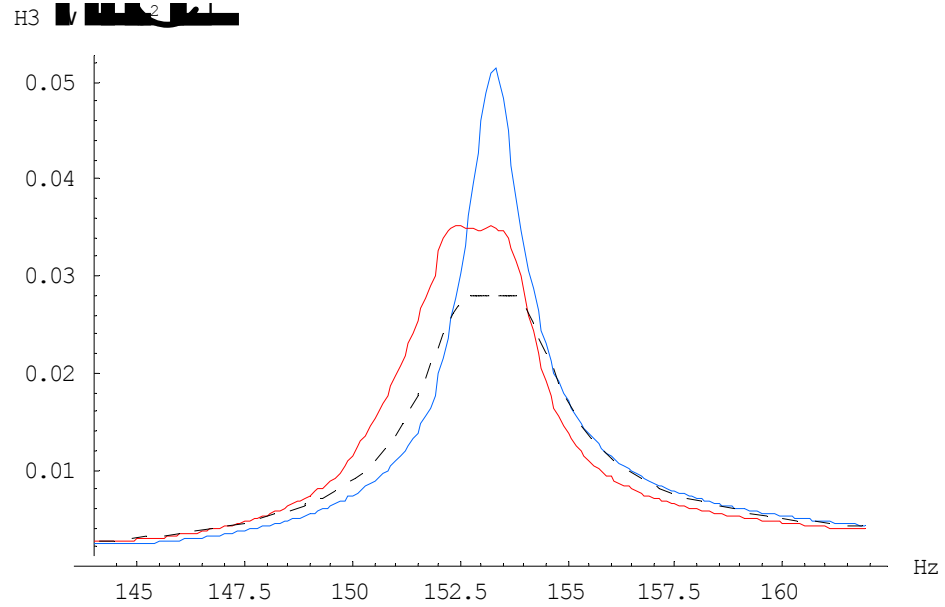
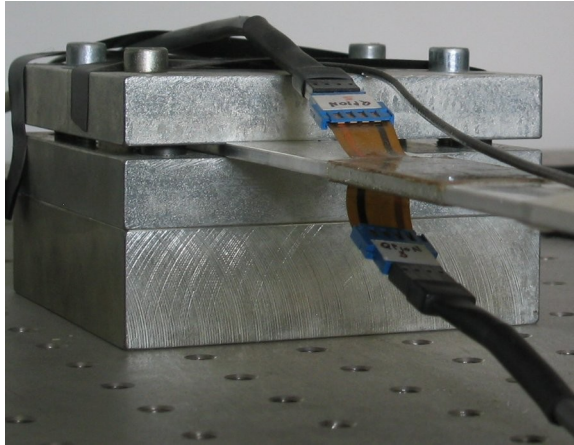
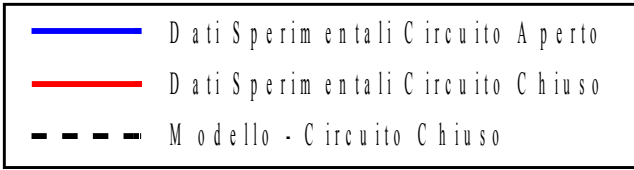
SOLLECITAZIONE CON LAMINA PIEZOELETTRICA

CONFRONTO TRA RISULTATI SPERIMENTALI E NUMERICI



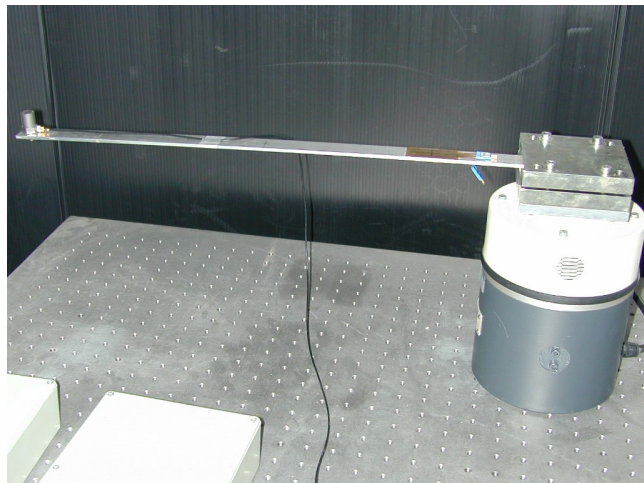
Sollecitazione con ATTUATORE PIEZOELETTRICO					
Circuito di Antoniou mod.	1	2	3	4	5
frequenza (Hz)	7.775	52.3	153.3	301.8	510
L_{ottima} (Henry)	8562	190.1	22.13	5.694	2.002
R_{ottima} (Ω)	37908	2098	465.7	672.8	507.3
Attenuazione della Risposta	69 %	70 %	32 %	71 %	73 %



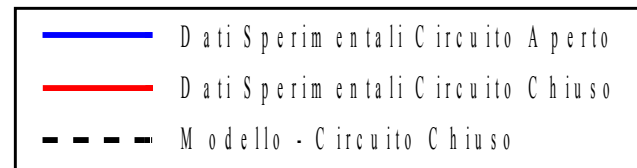


SOLLECITAZIONE CON LO SHAKER

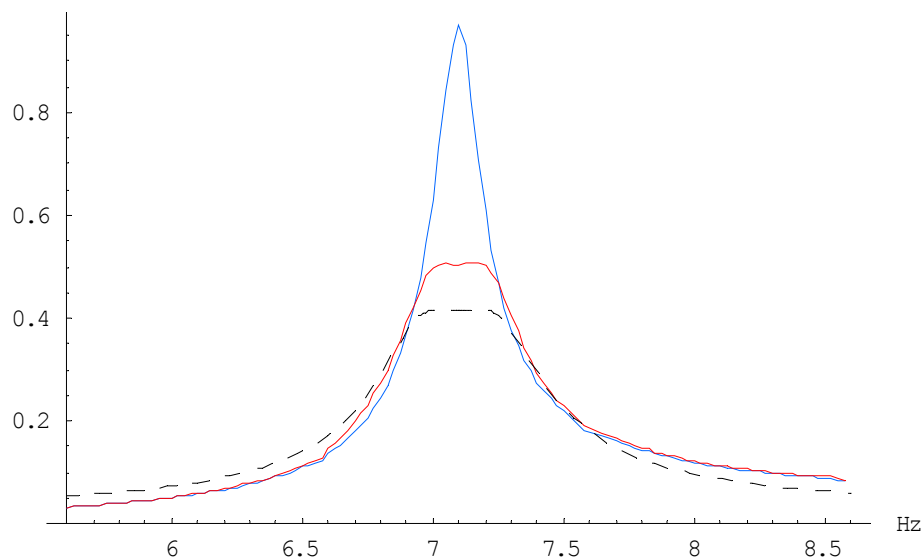
CONFRONTO TRA RISULTATI SPERIMENTALI E NUMERICI



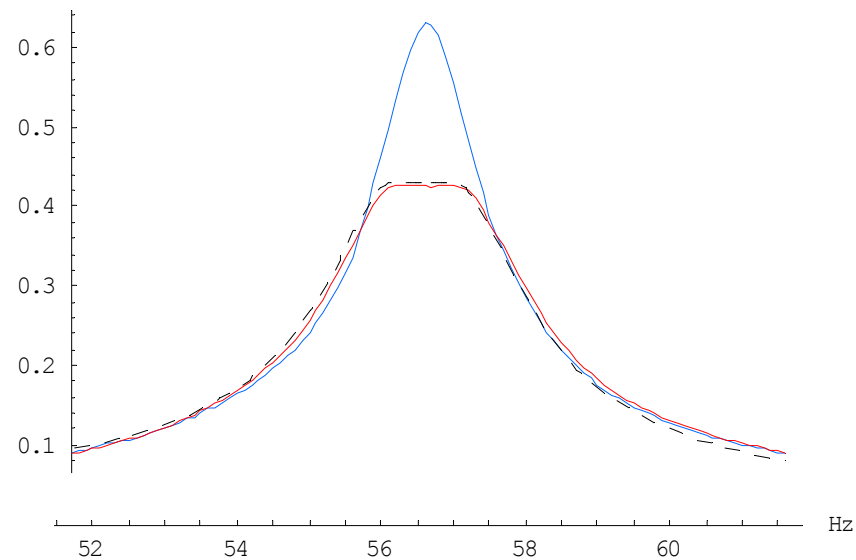
Sollecitazione con lo SHAKER					
Circuito di Antoniou mod.	1	2	3	4	5
frequenza (Hz)	7.10	56.6	152	308.6	509
L_{ottima} (Henry)	10228	161.6	22.41	5.451	1.990
R_{ottima} (Ω)	46124	1967	495.5	636.7	495.4
Attenuazione della Risposta	48 %	33 %	30 %	63 %	74 %

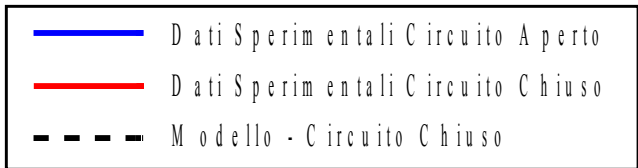


H1

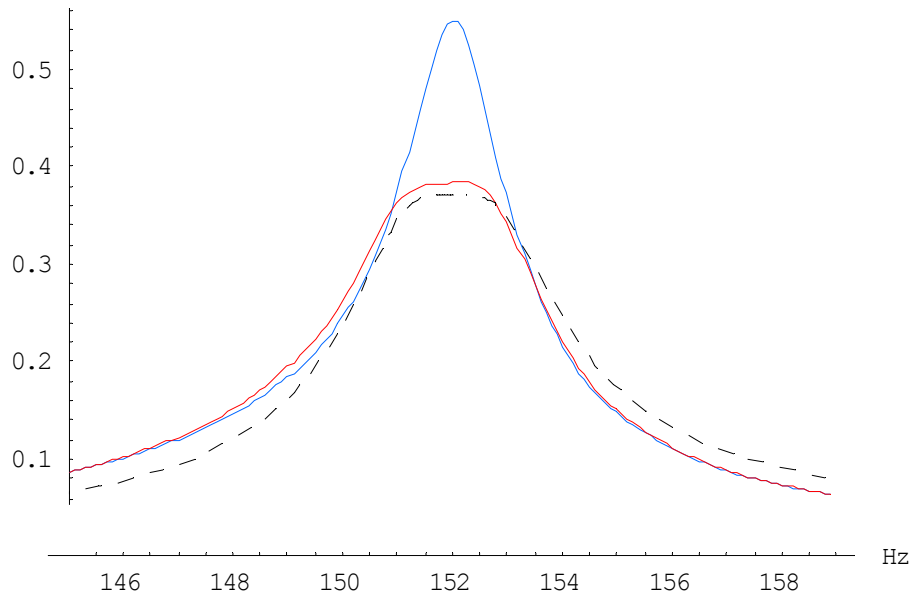


H2

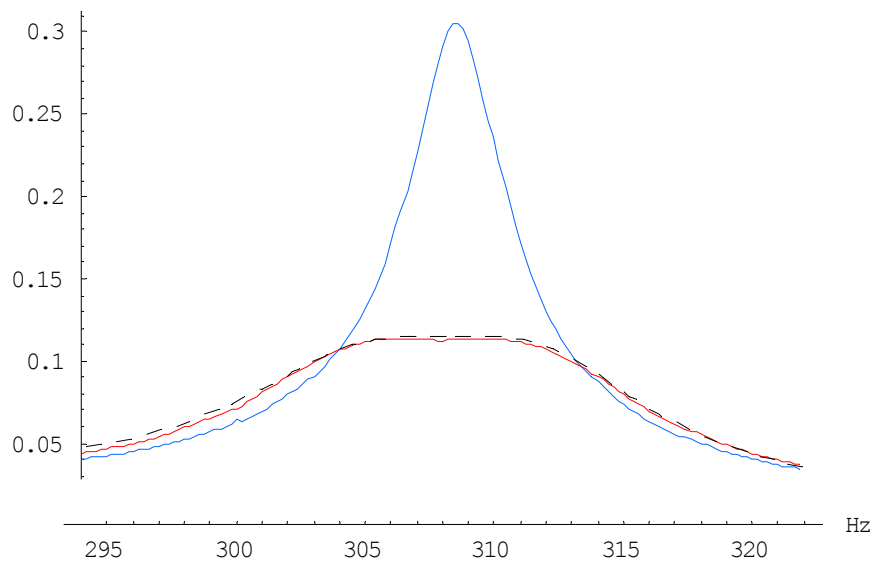




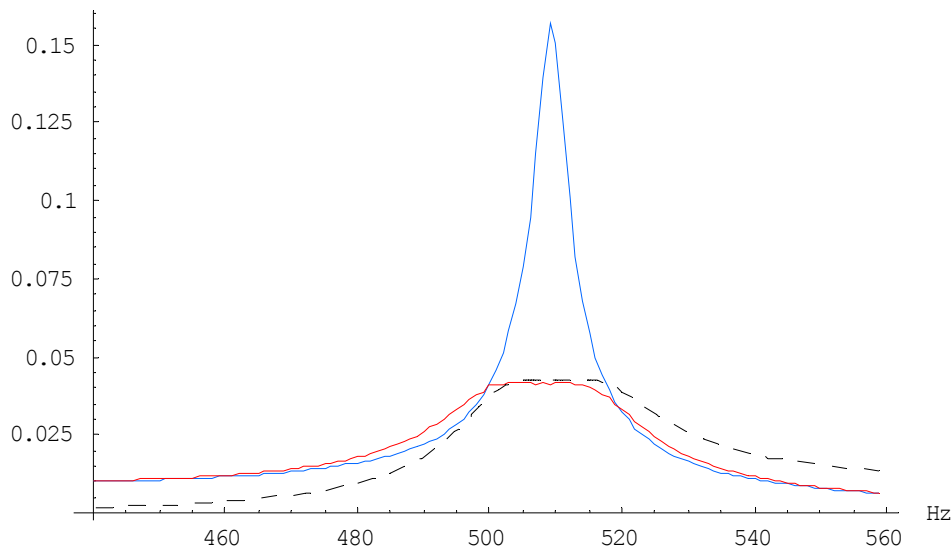
H3



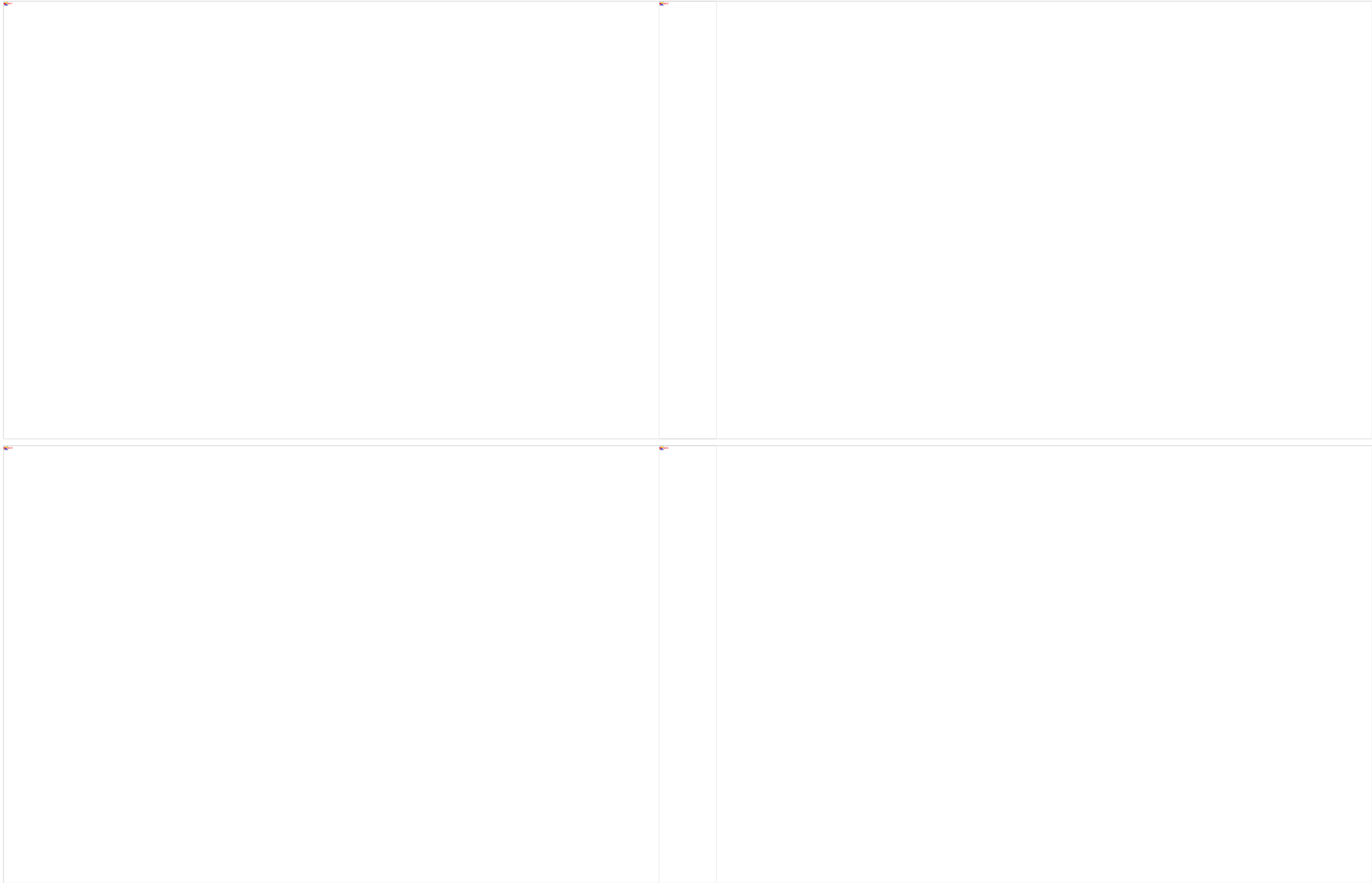
H4



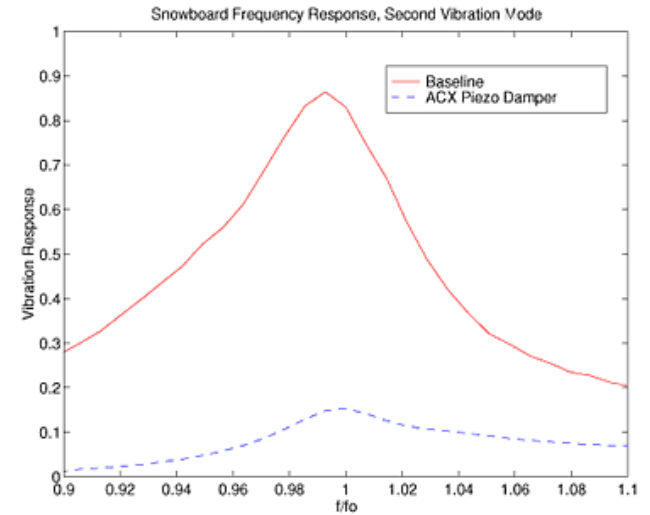
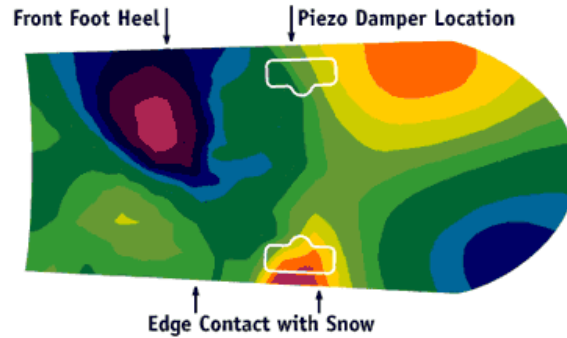
H5



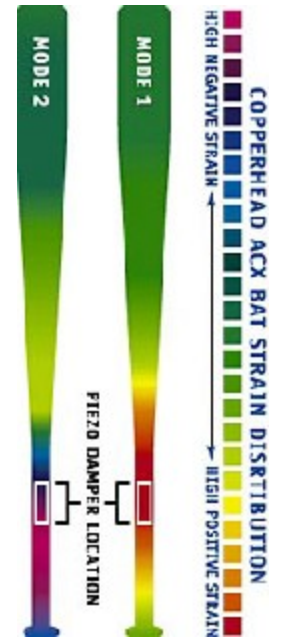
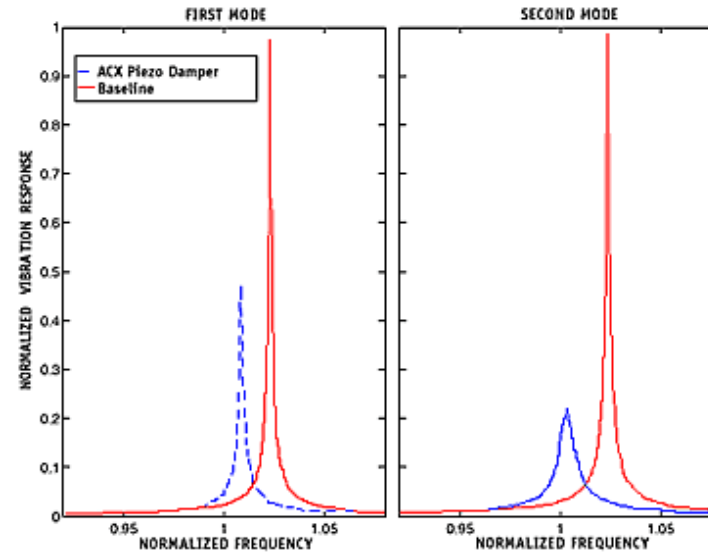
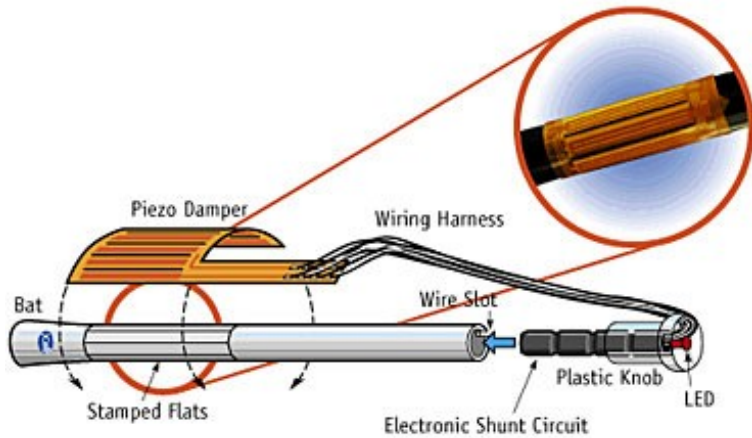
— M o d e l l o - L a m i n a p i e z o e l e t t r i c a c o r t o c i r c u i t a t a
- - - M o d e l l o - L a m i n a p i e z o e l e t t r i c a c h i u s a s u l c i r c u i t o R - L



SNOWBOARD



BASEBALL

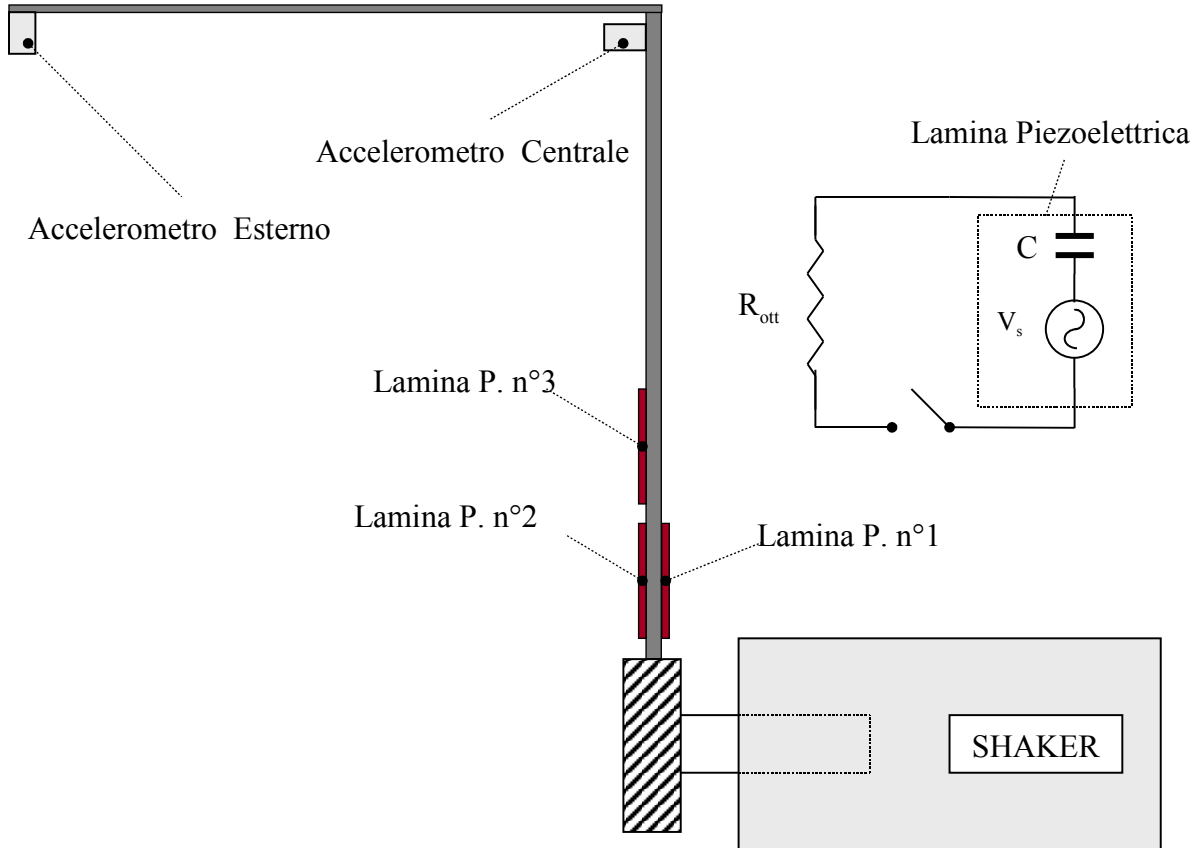


SISTEMA CON TRAVI DISPOSTE AD L

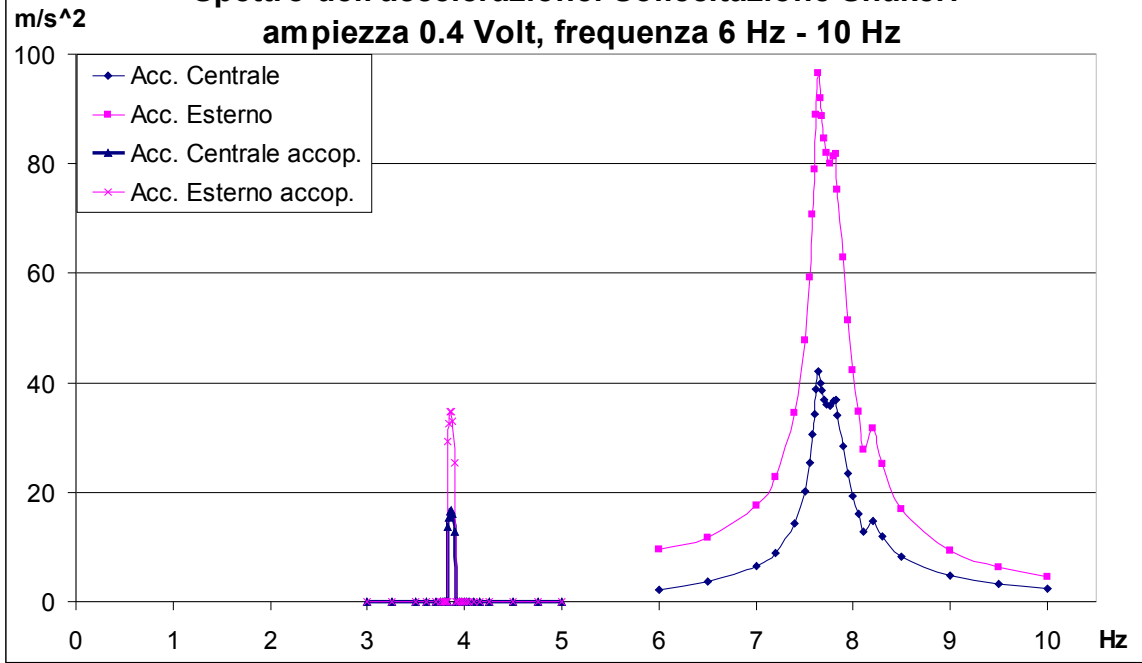
Le prime due frequenze di risonanza della struttura sono in rapporto **2:1**

$$f_1 = 3.85\text{Hz}$$
$$f_2 = 7.70\text{Hz}$$

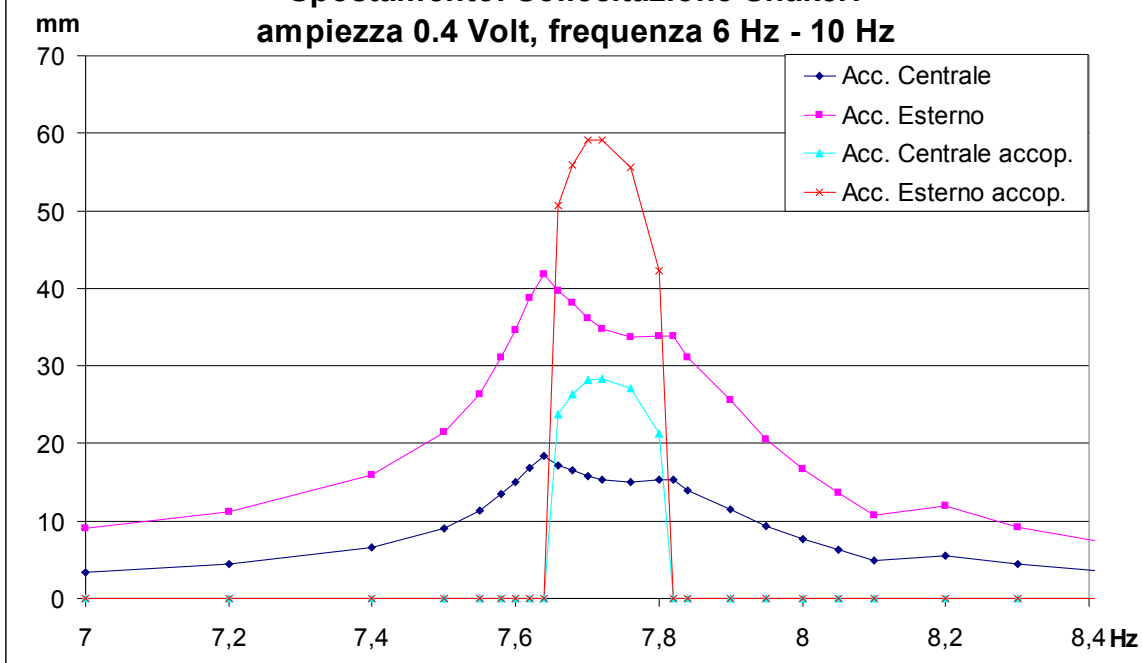
La struttura è stata sollecitata in corrispondenza della frequenza più alta f_2 per vedere se c'è una risposta anche alla frequenza più bassa f_1 per la non linearità strutturale



**Spettro dell'accelerazione. Sollecitazione Shaker:
ampiezza 0.4 Volt, frequenza 6 Hz - 10 Hz**



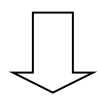
**Spostamento. Sollecitazione Shaker:
ampiezza 0.4 Volt, frequenza 6 Hz - 10 Hz**



NON LINEARITA' MECCANICA

La struttura è stata sollecitata in corrispondenza della frequenza più alta f_2 per vedere se c'è una risposta anche alla frequenza più bassa f_1 a causa della non linearità strutturale.

Accelerazione



Spostamento

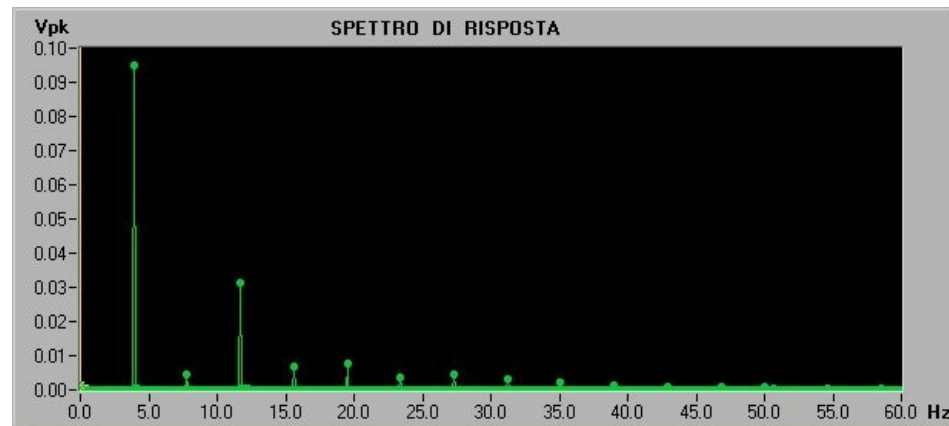
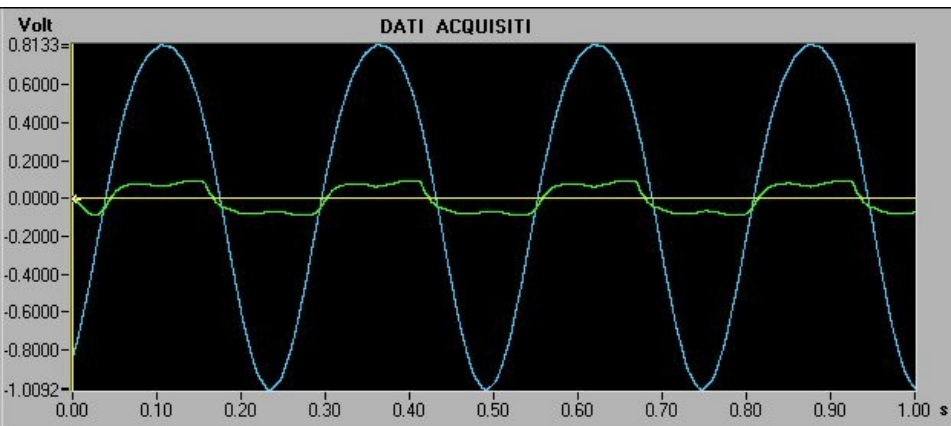
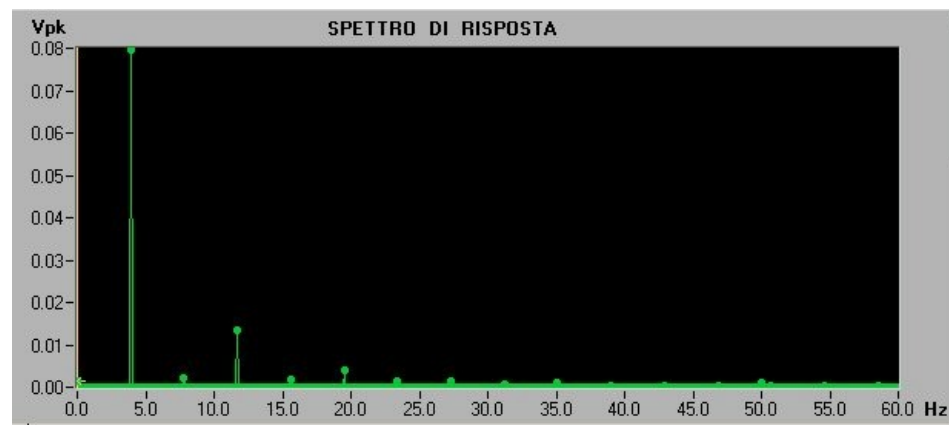
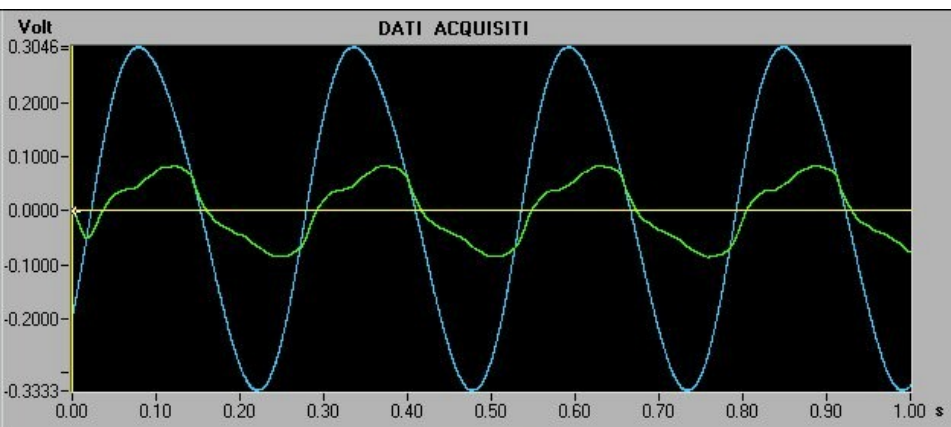
Il contributo alla frequenza più bassa, visto in termini di spostamento, risulta rilevante

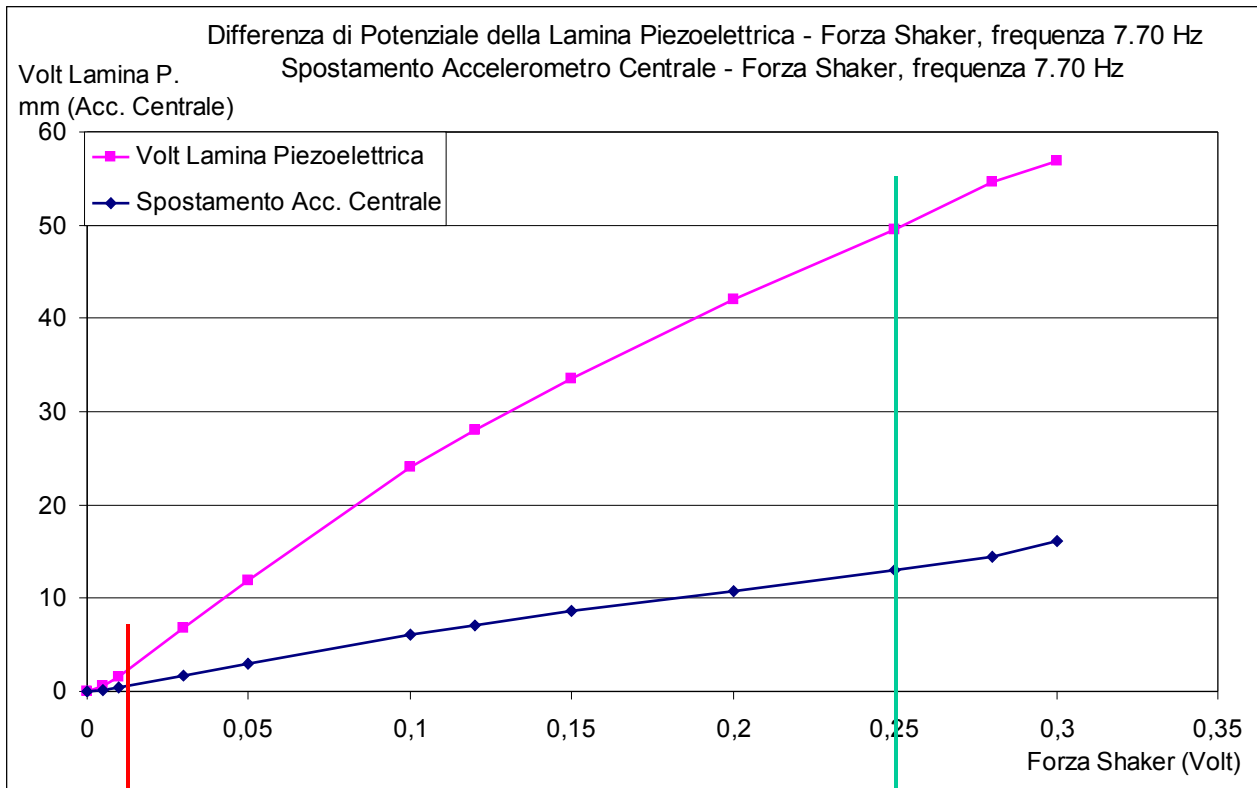
DINAMICA TROPPO AMPIA PER L'INDUTTANZA

SIMULATA DEL CIRCUITO ELETTRICO RLC

— segnale dell'accelerometro centrale

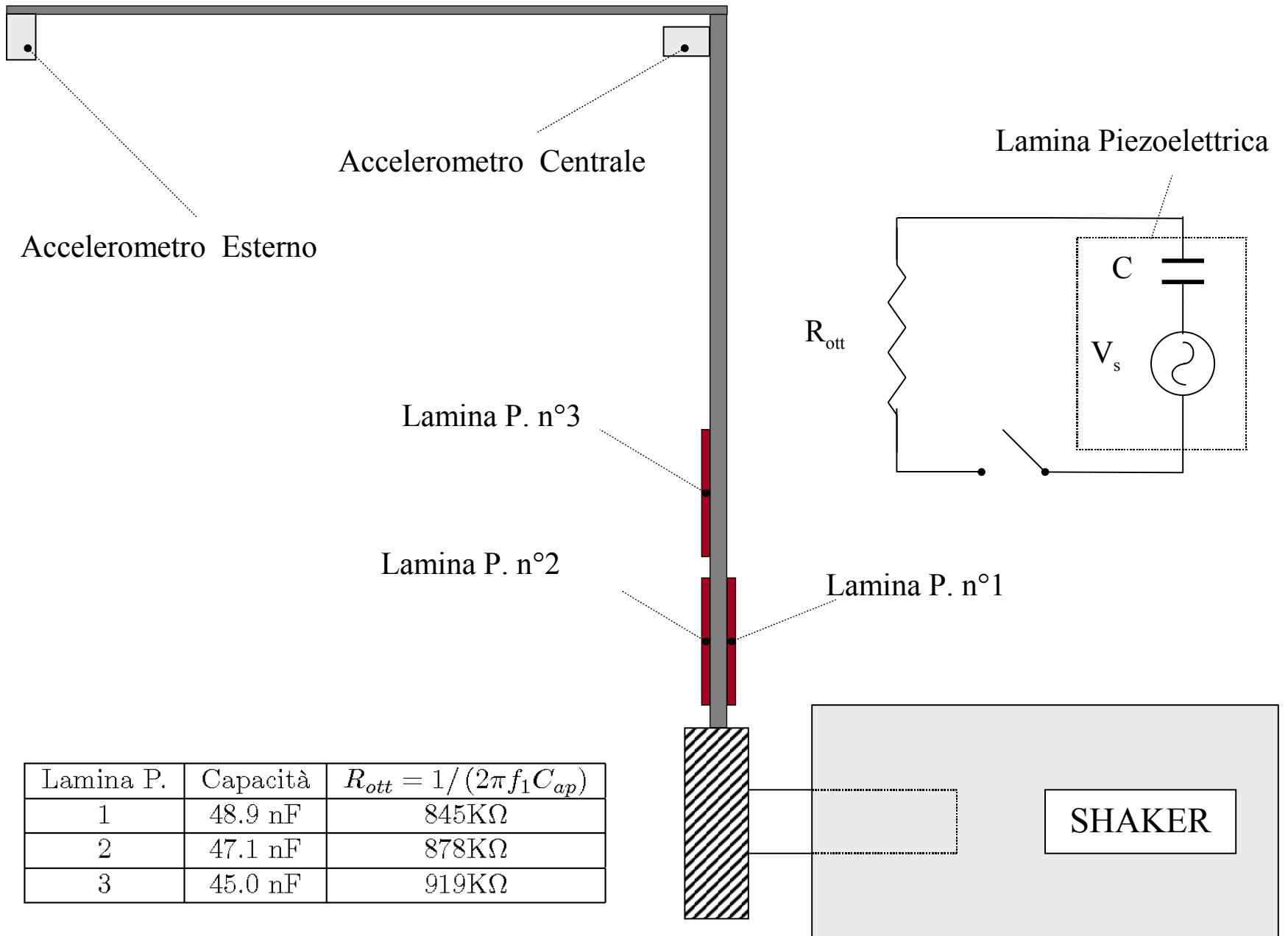
— corrente circolante nel circuito RLC e spettro del segnale



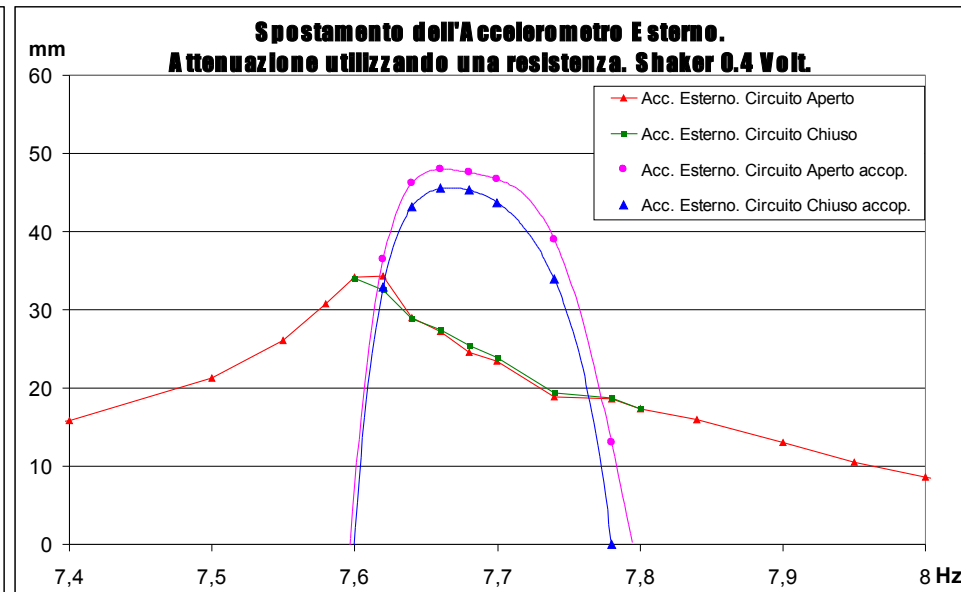
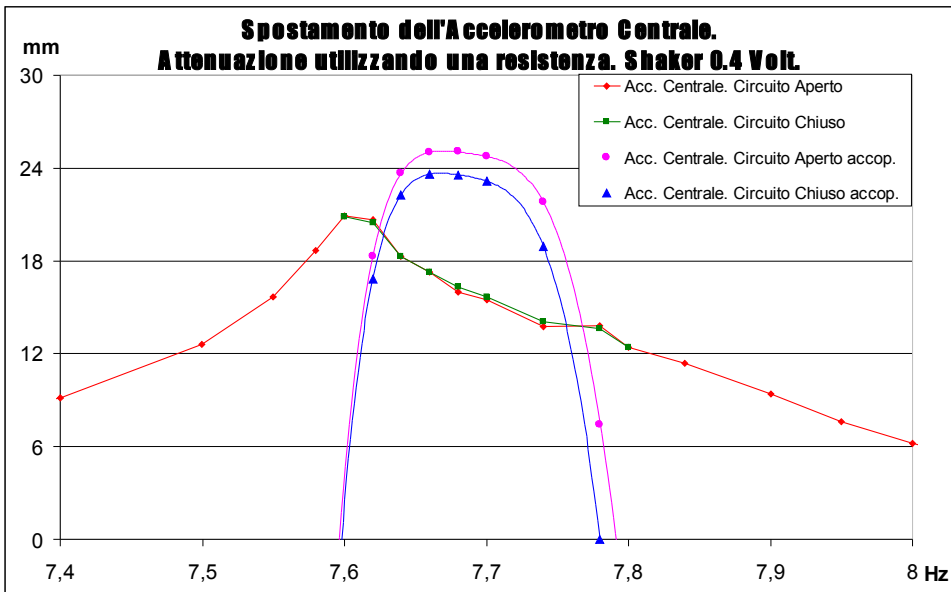
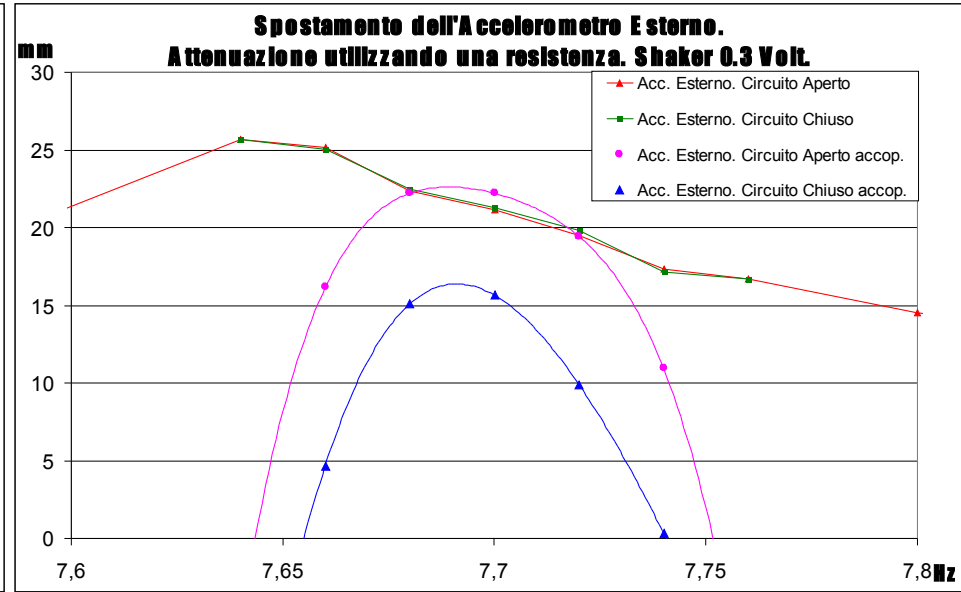
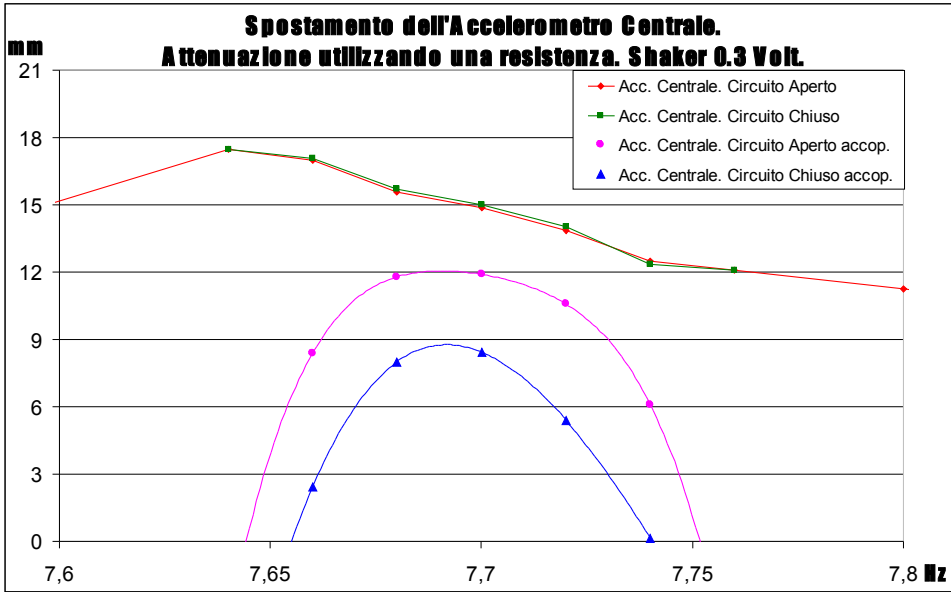


Questo è il punto in cui si ha la biforcazione

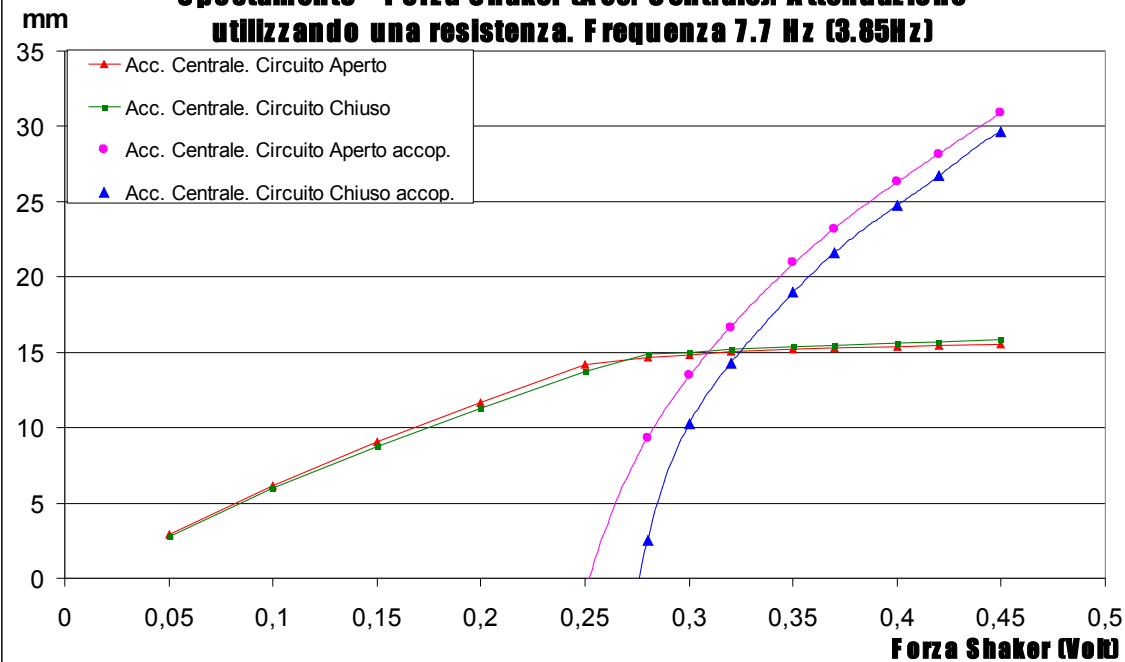
Il circuito RLC funziona bene fin qui (Shaker 0.015 Volt). Quando colleghiamo alla Lamina Piezoelettrica l'induttanza L_{ott} la differenza di potenziale della Lamina diventa circa 10 volte maggiore.



Forza Shaker	Attenuazione
0.3 Volt a 7.70 Hz	30% a 3.85 Hz
0.4 Volt a 7.70 Hz	7% a 3.85 Hz



Spostamento - Forza Shaker (Acc. Centrale). Attenuazione utilizzando una resistenza. Frequenza 7.7 Hz (3.85Hz)



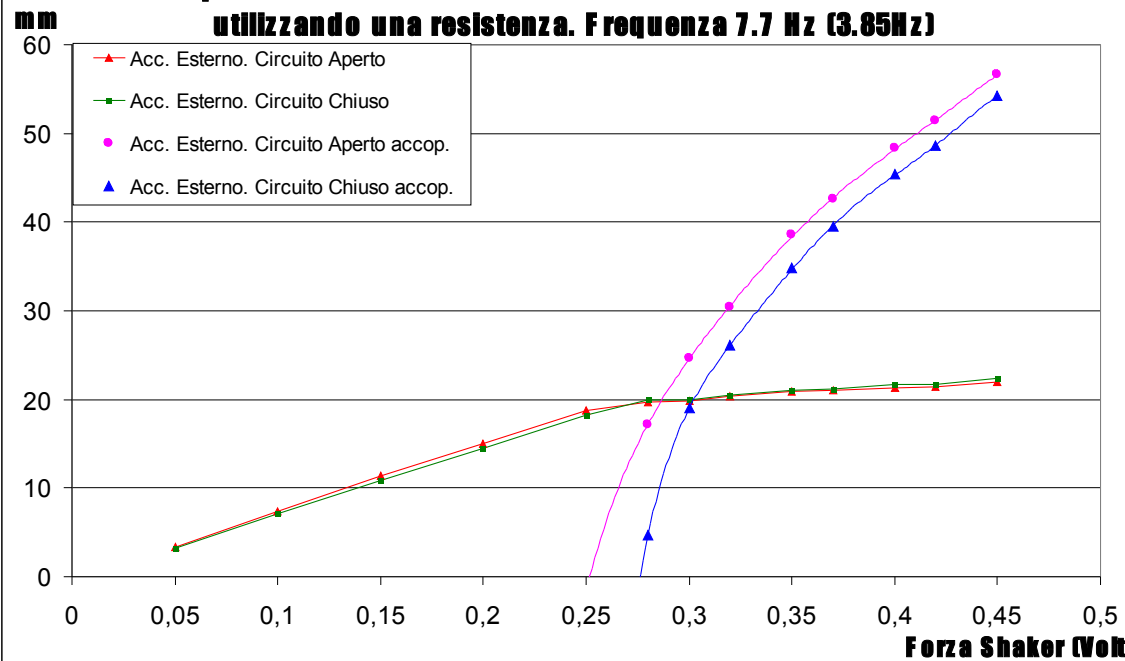
Prima della biforcazione la curva rossa (circuito aperto) è più alta di quella verde (circuito chiuso) perché:

1) Stiamo dissipando energia, anche se non in modo ottimale, essendo la R_{ott} accordata alla frequenza più bassa.

2) Il circuito chiuso cambia le proprietà di rigidità della struttura.

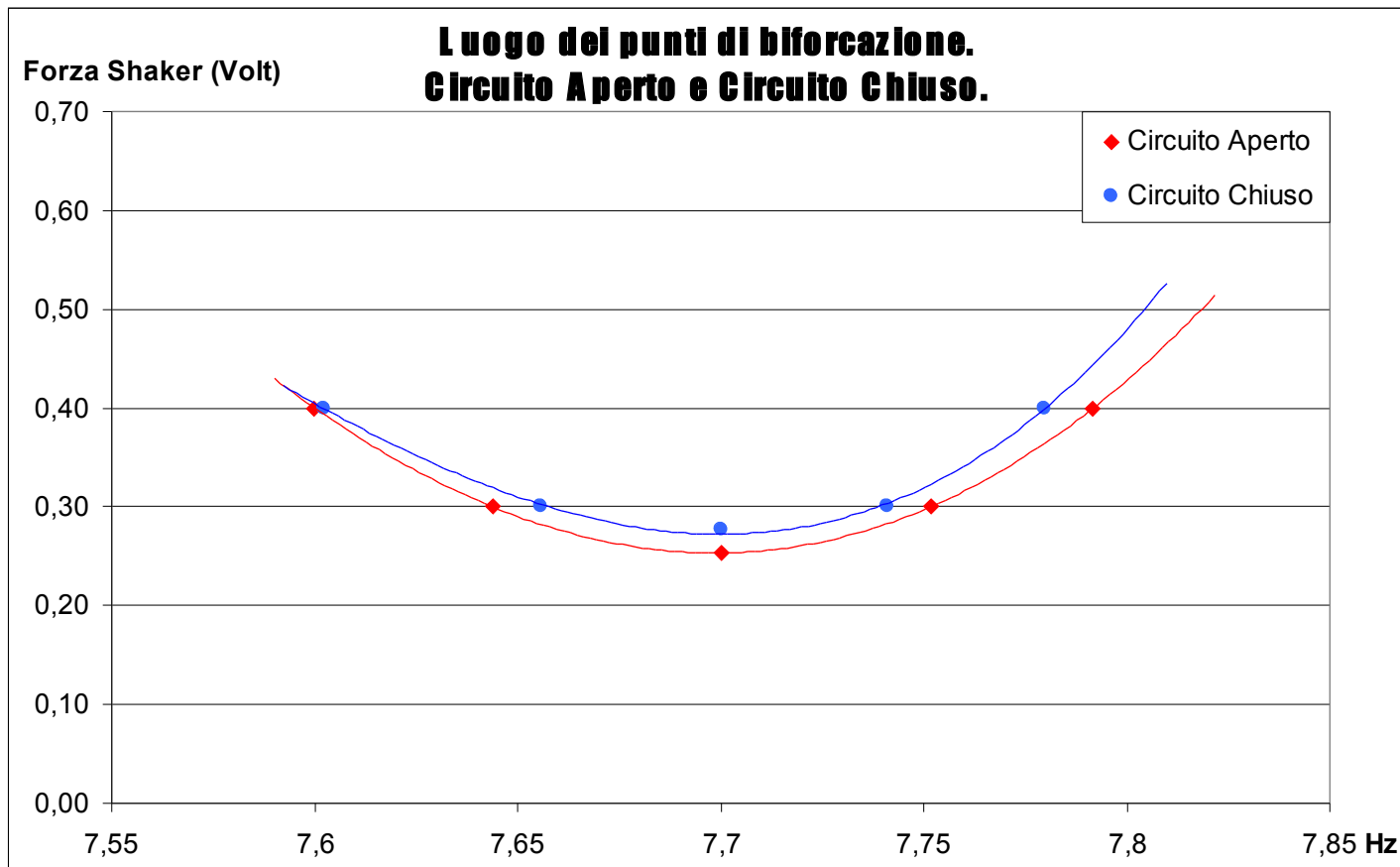
Superata la biforcazione accade che la curva rossa è minore di quella verde perché è stato spostato il punto di biforcazione.

Spostamento - Forza Shaker (Acc. Esterno). Attenuazione utilizzando una resistenza. Frequenza 7.7 Hz (3.85Hz)

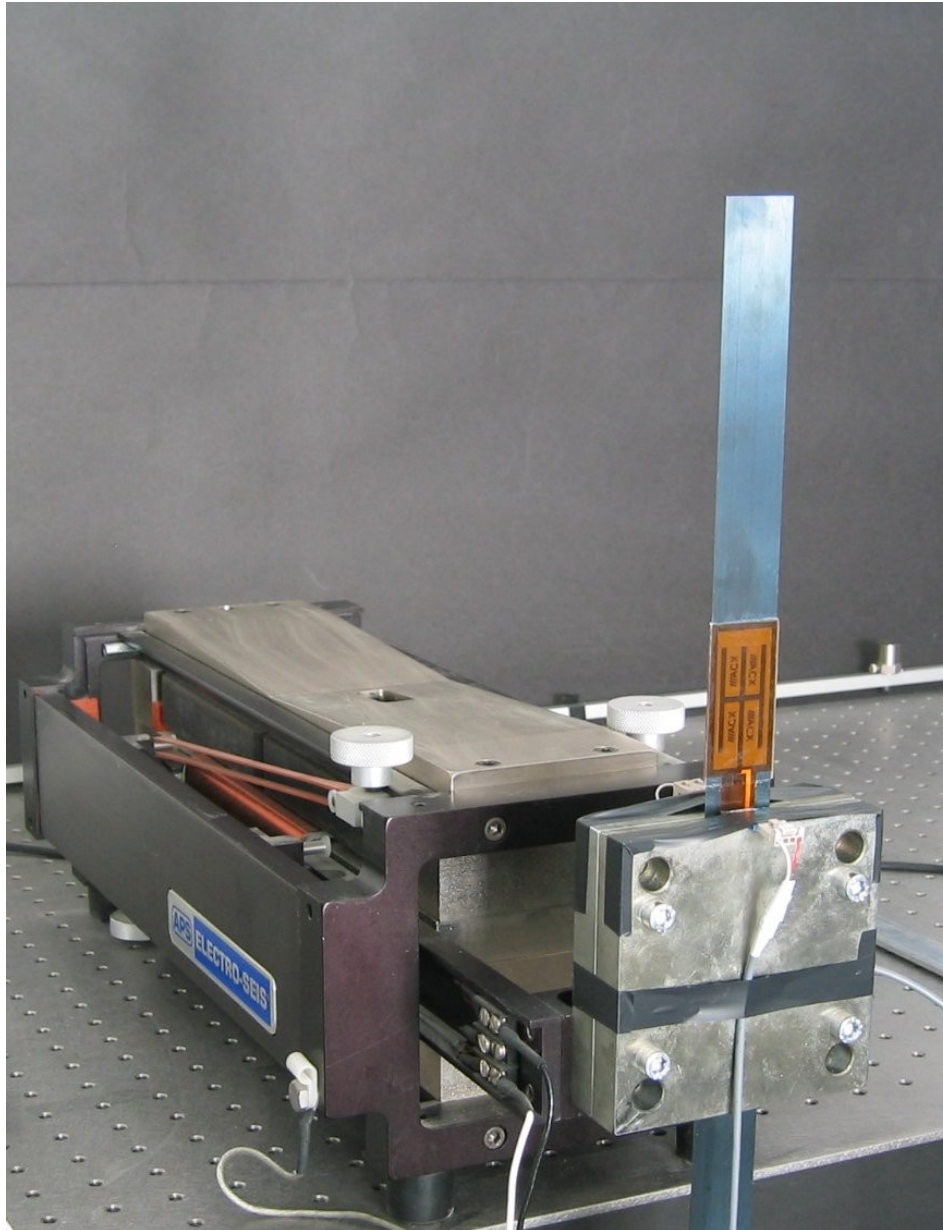


Modifica dei margini di stabilità

Utilizzando delle resistenze chiuse sulle lamine piezoelettriche sono stati modificati i margini di stabilità del sistema.



SISTEMA MECCANO-ELETTRICO IN REGIME NON LINEARE



Barra di acciaio

$$l = 21 \text{ cm}$$

$$b = 2.54 \text{ cm}$$

$$h = 0.3 \text{ mm}$$

Frequenza del circuito elettrico

$$h_{\text{circuito}} = 4.2 \text{ Hz}$$

Frequenze meccaniche

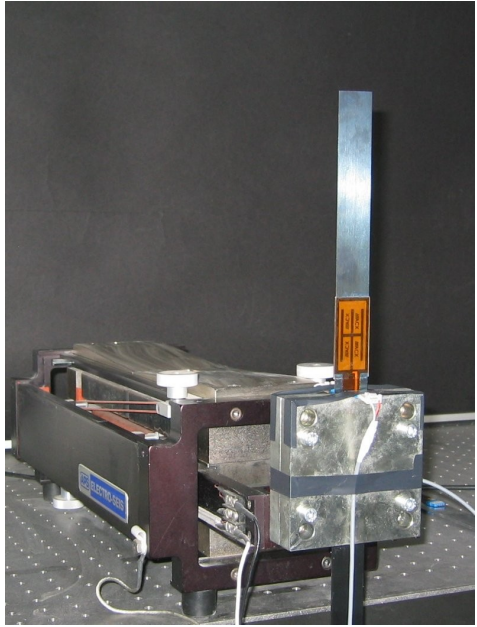
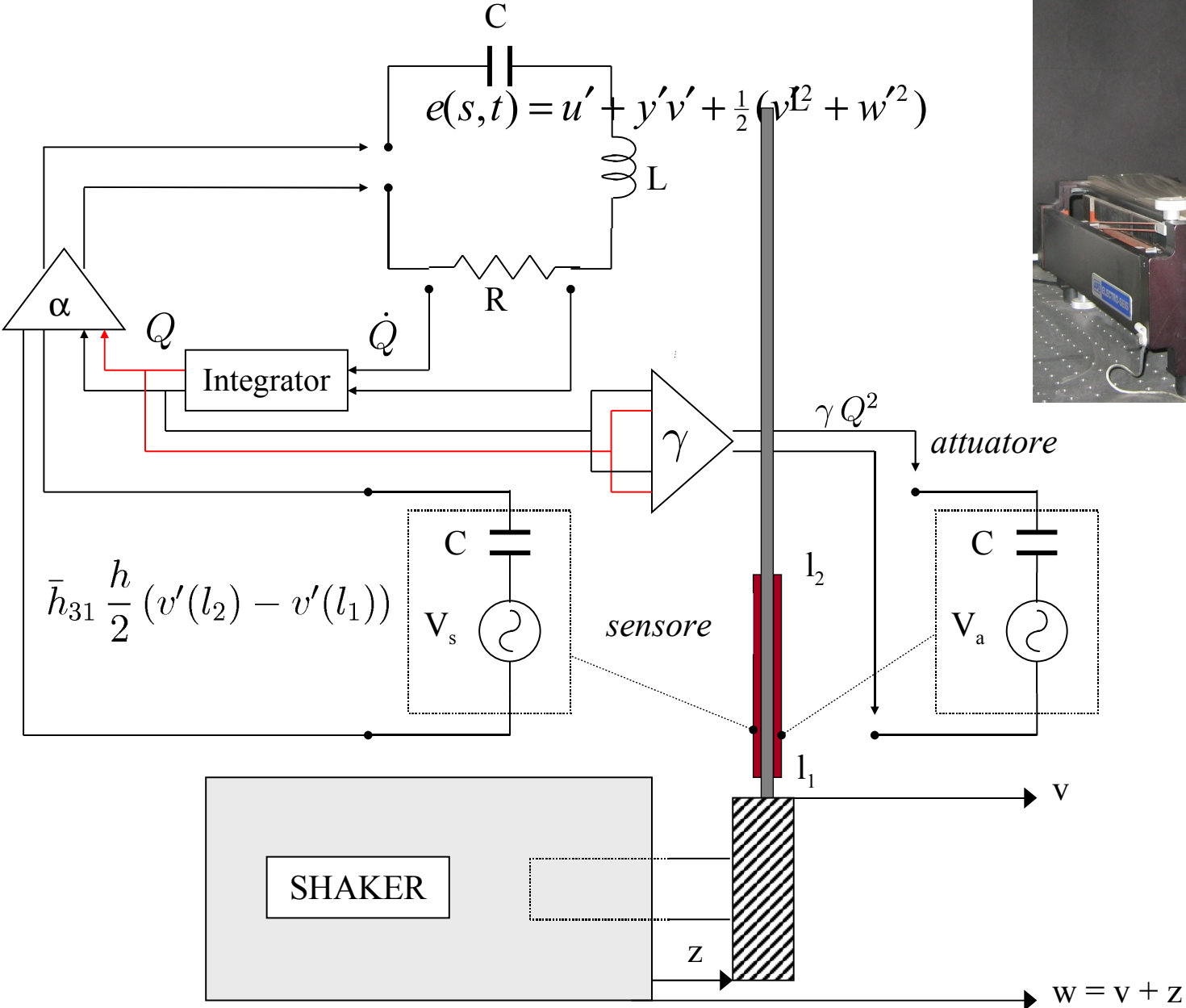
$$\square_1 = 8.4 \text{ Hz}$$

$$\square_2 = 38 \text{ Hz}$$

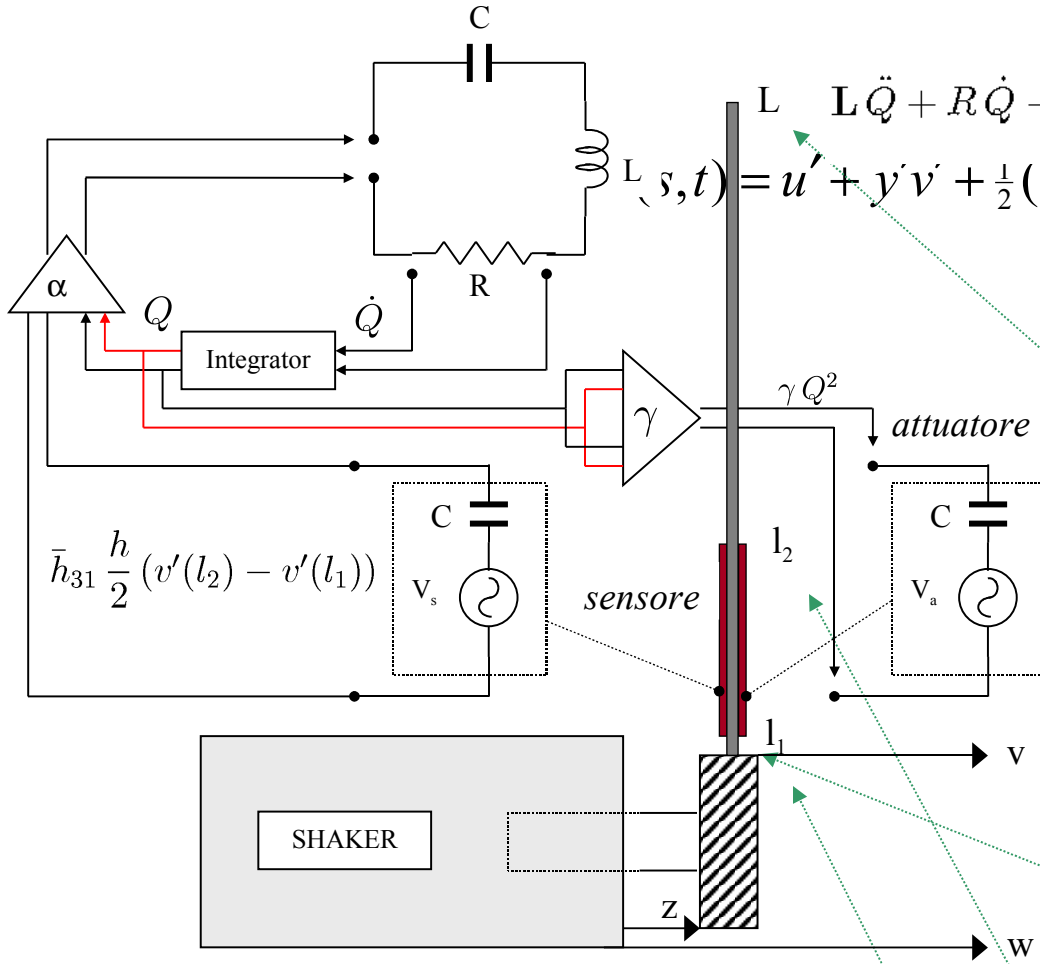
$$\square_3 = 108 \text{ Hz}$$

$$\square_1 \text{ meccanica} : \square_{\text{circuito}} = 2 : 1$$

SCHEMA DEL CIRCUITO ELETTRICO



$$EIv'''' + c\dot{v} + (\rho + \rho_p H) \ddot{v} = \frac{h}{2} \bar{e}_{31} V_a H'' - (\rho + \rho_p H) \ddot{z}(t)$$



$$L \ddot{Q} + R \dot{Q} + \frac{1}{C_{ap}} Q = \alpha \left(\bar{h}_{31} \frac{h}{2} (v'(l_2) - v'(l_1)) \right) Q$$

$$L \dot{s, t} = u' + y' v' + \frac{1}{2} (v'^2 + w'^2)$$

$$EIv''(L) = 0$$

$$EIv'''(L) = 0$$

$$V_a = \gamma Q^2$$

$$\frac{1}{LC_{ap}} = \left(\frac{\omega_i}{2} \right)^2$$

$$v(0) = 0$$

$$v'(0) = 0$$

$$v(l_1^-) - v(l_1^+) = 0$$

$$v'(l_1^-) - v'(l_1^+) = 0$$

$$EIv''''(l_1^-) - EIv''''(l_1^+) = 0$$

$$-EIv''(l_1^-) + EIv''(l_1^+) - \frac{h}{2} (\bar{C}_{11}^E \Delta_a - \bar{C}_{11}^D \Delta_s) = 0$$

$$v(l_2^-) - v(l_2^+) = 0$$

$$v'(l_2^-) - v'(l_2^+) = 0$$

$$EIv''''(l_2^-) - EIv''''(l_2^+) = 0$$

$$-EIv''(l_2^-) + EIv''(l_2^+) + \frac{h}{2} (\bar{C}_{11}^E \Delta_a - \bar{C}_{11}^D \Delta_s) = 0$$

$$v(s, t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(s) X_i(t)$$

Non linearità di tipo quadratico

$$1) \ddot{X}_i + 2\omega_i \zeta_i \dot{X}_i + \omega_i^2 X_i = \hat{\gamma}_i Q^2 + F_i \sin(\omega t)$$

$$2) \ddot{Q} + 2 \left(\frac{\omega_i}{2}\right) \hat{\zeta}_i \dot{Q} + \left(\frac{\omega_i}{2}\right)^2 Q = \sum_{j=1}^N \hat{\alpha}_j X_j Q$$

$$\|\Phi_i\| = \int_0^L \rho \Phi_i^2(s) ds + \int_{l_1}^{l_2} \rho_p \Phi_i^2(s) ds$$

$$\hat{\alpha}_i = -\frac{\alpha}{\mathbf{L}} \lambda_i = \frac{\alpha}{\mathbf{L}} \frac{h}{2} \bar{h}_{31} (\Phi_i'(l_2) - \Phi_i'(l_1))$$

$$\hat{\gamma}_i = \mu_i \gamma = \frac{h}{2} \bar{e}_{31} \frac{\Phi_i'(l_2) - \Phi_i'(l_1)}{\|\Phi_i\|} \gamma$$

$$F_i \sin(\omega t) = -\eta_i \ddot{z} = -\frac{\int_0^L \rho \Phi_i(s) ds + \int_{l_1}^{l_2} \rho_p \Phi_i(s) ds}{\|\Phi_i\|} \ddot{z}$$

$$\frac{R}{\mathbf{L}} = 2 \left(\frac{\omega_1}{2}\right) \hat{\zeta}_i \qquad \frac{1}{\mathbf{L} C_{ap}} = \left(\frac{\omega_1}{2}\right)^2$$

Prima frequenza di risonanza meccanica $\omega_1 = 8.4$ Hz

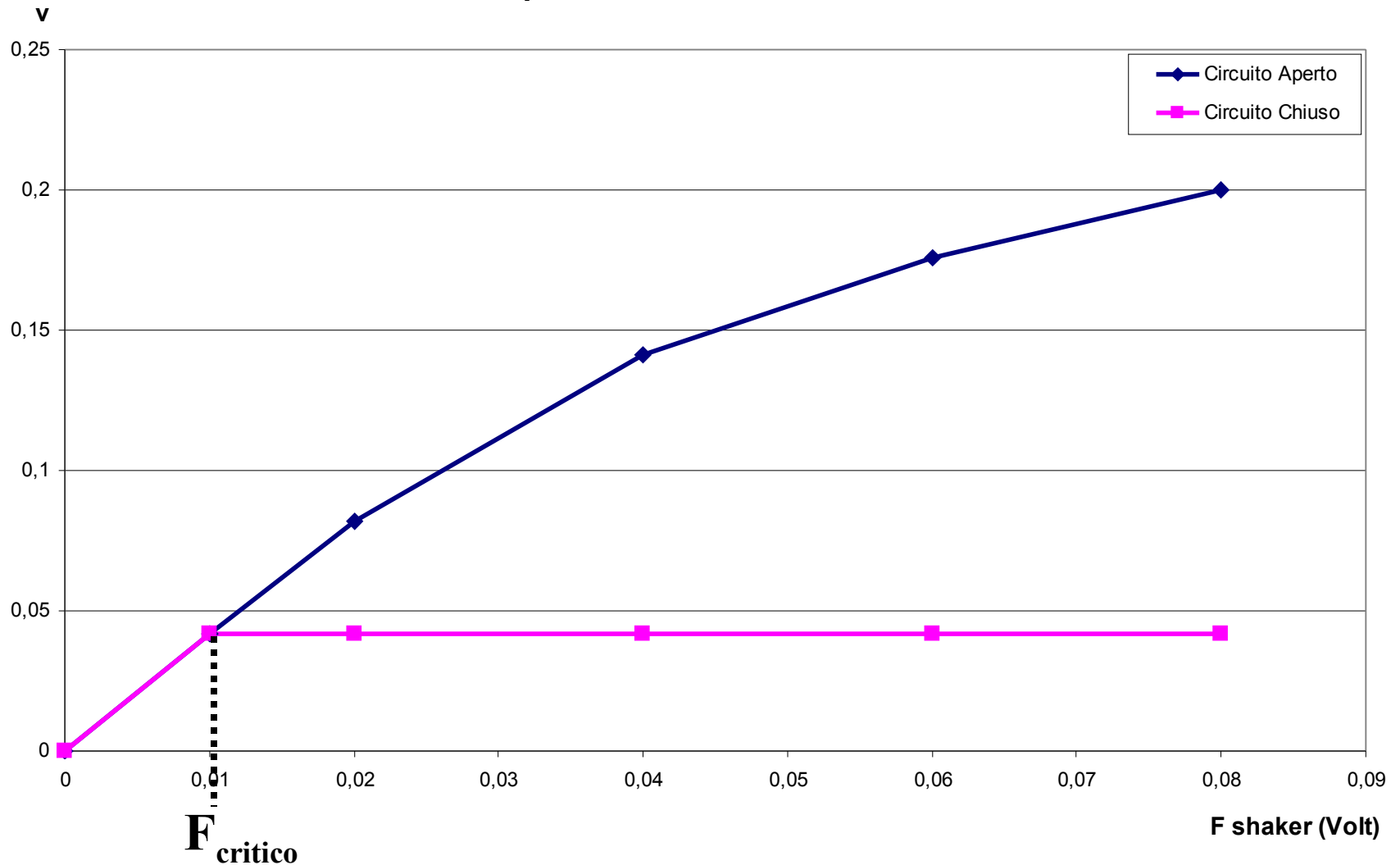
$$\ddot{X}_1 + 2\omega_1\zeta_1\dot{X}_1 + \omega_1^2 X_1 = \hat{\gamma}_1 Q^2 + F_1 \sin(\omega t)$$

$$\ddot{Q} + 2\left(\frac{\omega_1}{2}\right)\hat{\zeta}_1\dot{Q} + \left(\frac{\omega_1}{2}\right)^2 Q = \hat{\alpha}_1 X_1 Q$$

- 1) Il sistema dinamico ha non linearità quadratiche
- 2) La prima frequenza di risonanza del sistema meccanico è in rapporto **2 : 1** con la frequenza del circuito elettrico accoppiato.

Esiste dunque il fenomeno della saturazione: se F_1 è maggiore di un valore F_{critico} l'ampiezza del sistema meccanico si satura e tutta l'energia aggiunta al sistema incrementando F_1 oltre il valore critico finisce nel circuito a causa dei termini di accoppiamento quadratico Q^2 e $X_1 Q$ che creano un meccanismo unidirezionale di trasferimento di energia.

Forza - Risposta. Fenomeno della saturazione



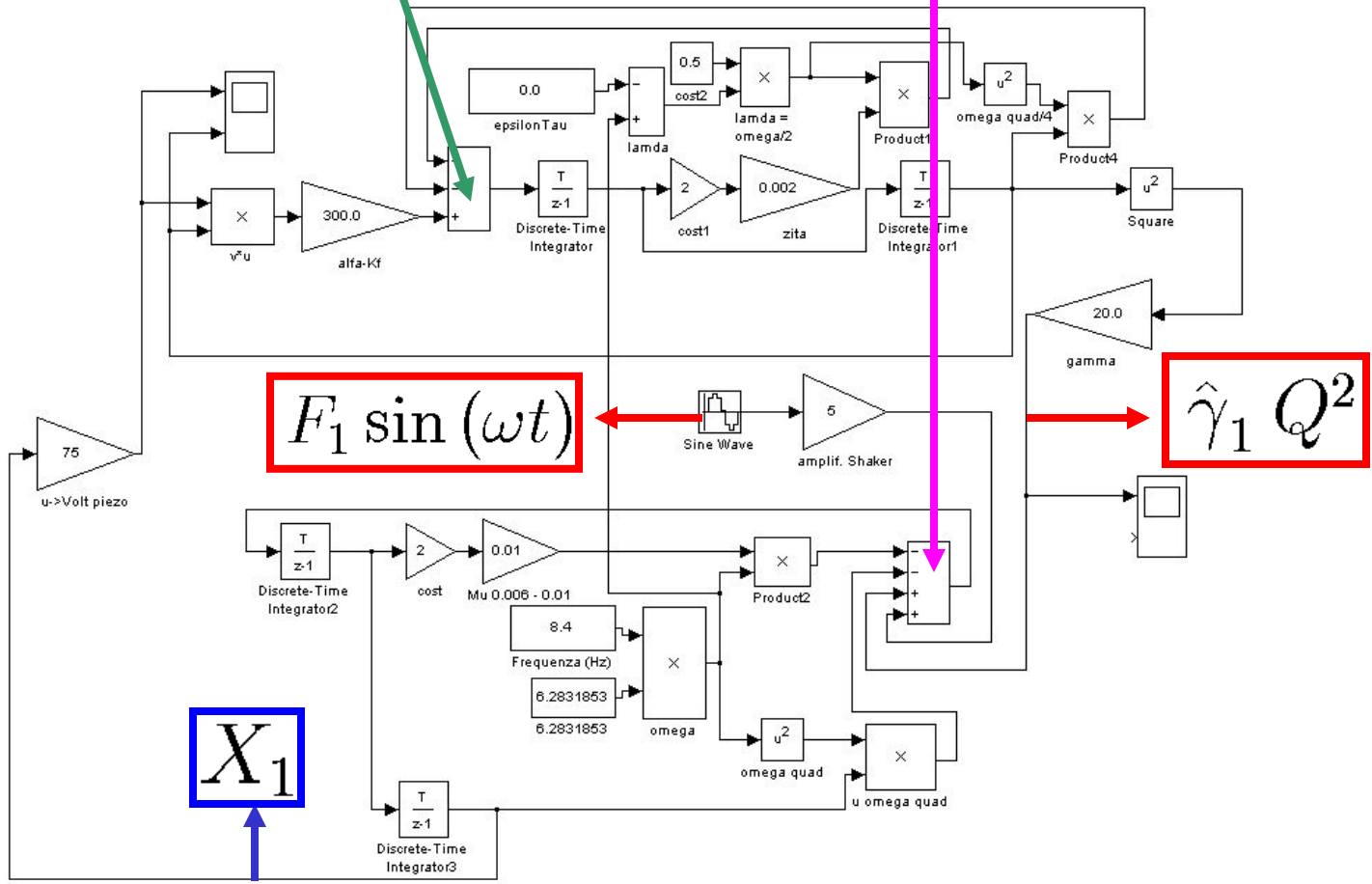
Nel primo tratto la risposta varia linearmente con la Forza.

Quando la Forza F supera il valore $F_{critico}$ si ha il fenomeno della Saturazione e la risposta non cresce più

Simulink

$$\ddot{X}_1 + 2\omega_1\zeta_1\dot{X}_1 + \omega_1^2 X_1 = \hat{\gamma}_1 Q^2 + F_1 \sin(\omega t)$$

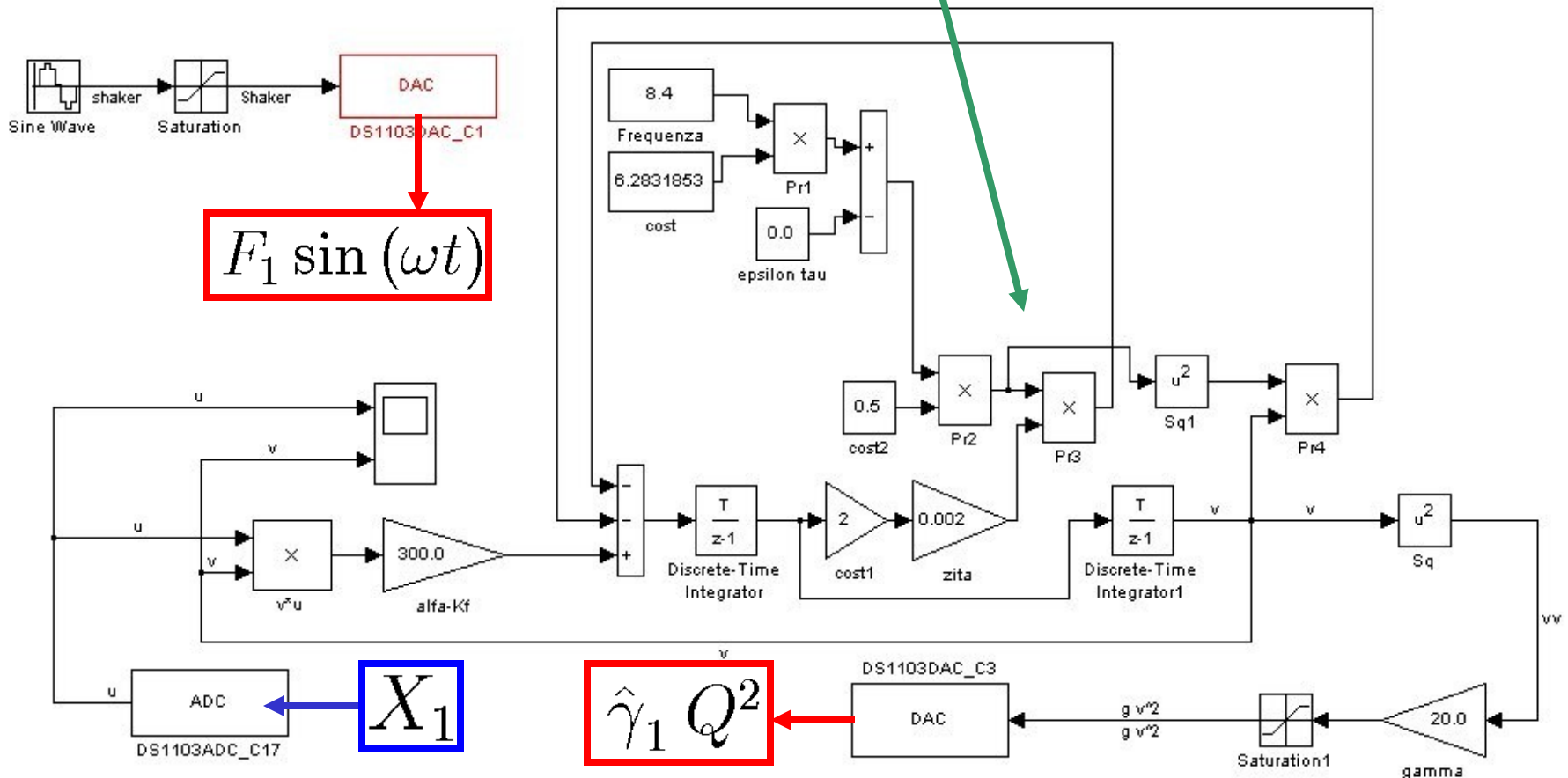
$$\ddot{Q} + 2\left(\frac{\omega_1}{2}\right)\hat{\zeta}_1\dot{Q} + \left(\frac{\omega_1}{2}\right)^2 Q = \hat{\alpha}_1 X_1 Q$$



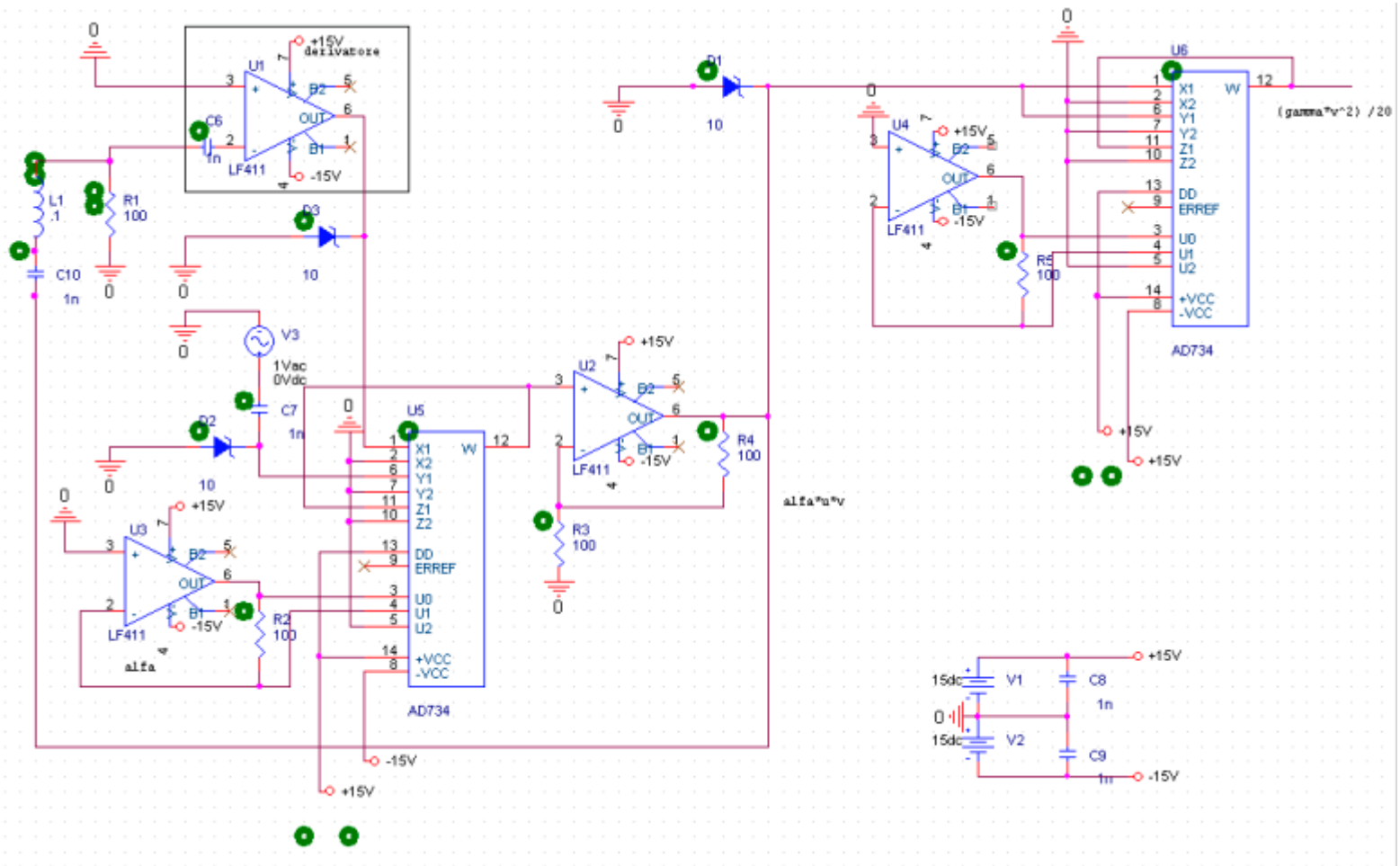
$$\ddot{X}_1 + 2\omega_1\zeta_1\dot{X}_1 + \omega_1^2 X_1 = \hat{\gamma}_1 Q^2 + F_1 \sin(\omega t)$$

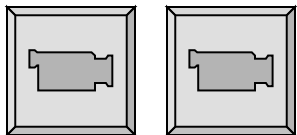
Simulink
dSPACE

$$\ddot{Q} + 2\left(\frac{\omega_1}{2}\right)\hat{\zeta}_1\dot{Q} + \left(\frac{\omega_1}{2}\right)^2 Q = \hat{\alpha}_1 X_1 Q$$



SIMULAZIONE DEL CIRCUITO ELETTRICO

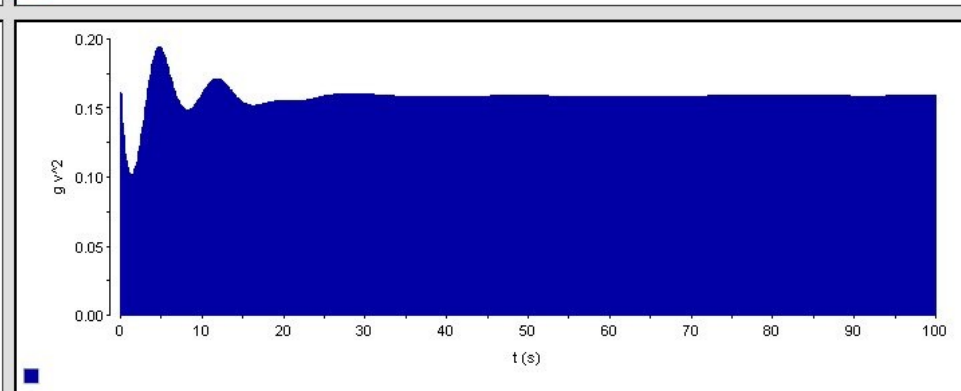
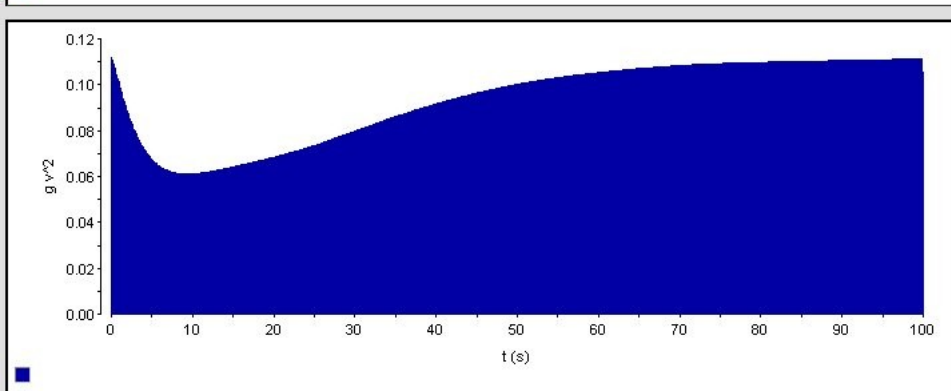
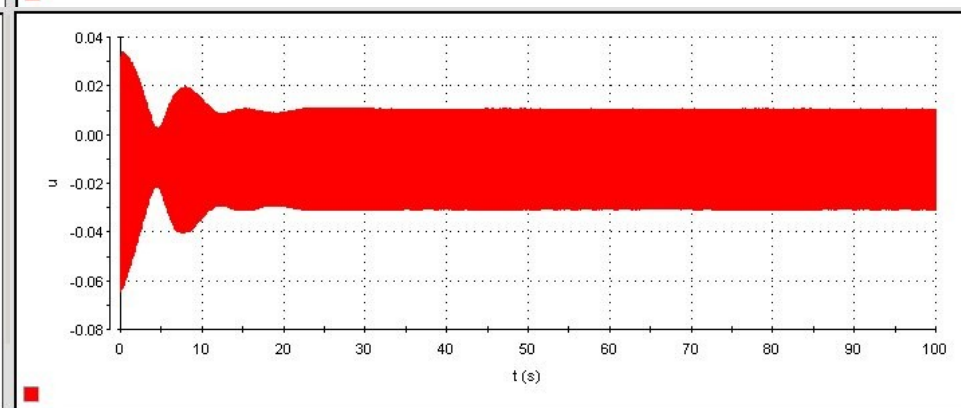
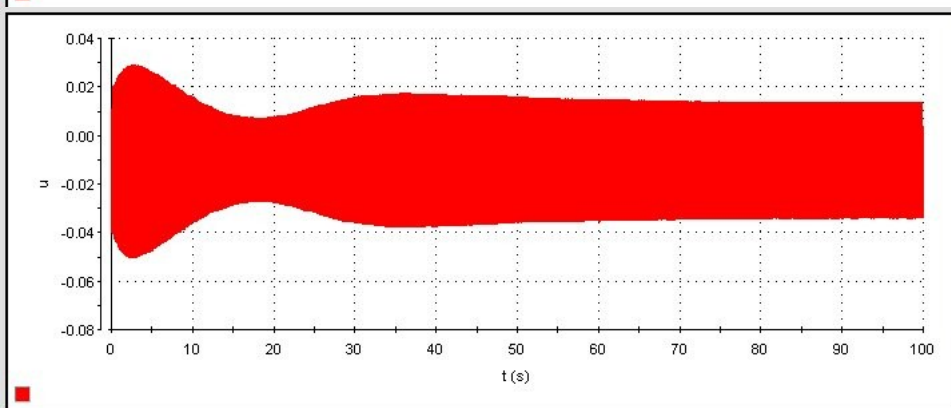
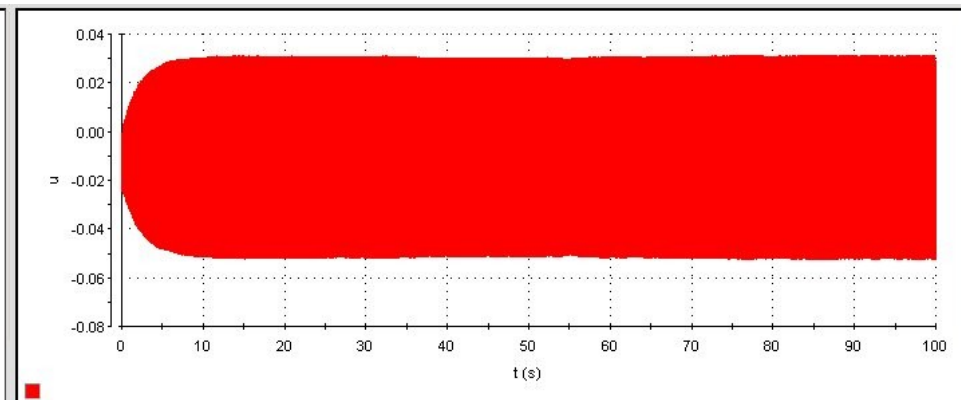
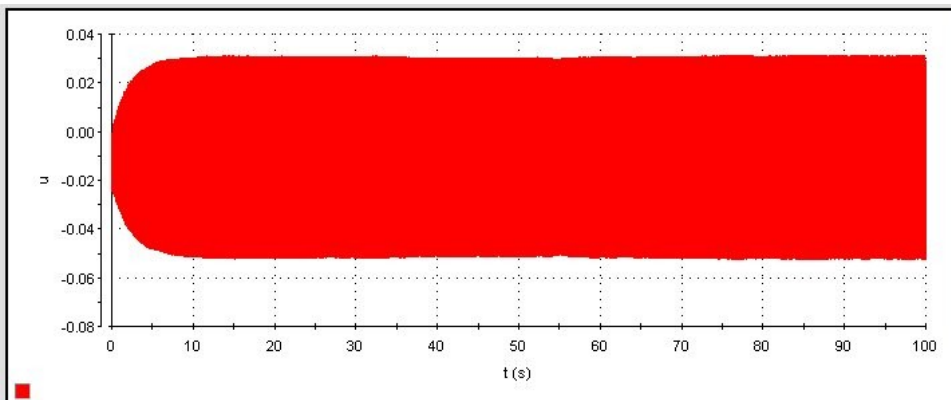




$$F = 0.02$$

$$H = 150; \square = 10$$

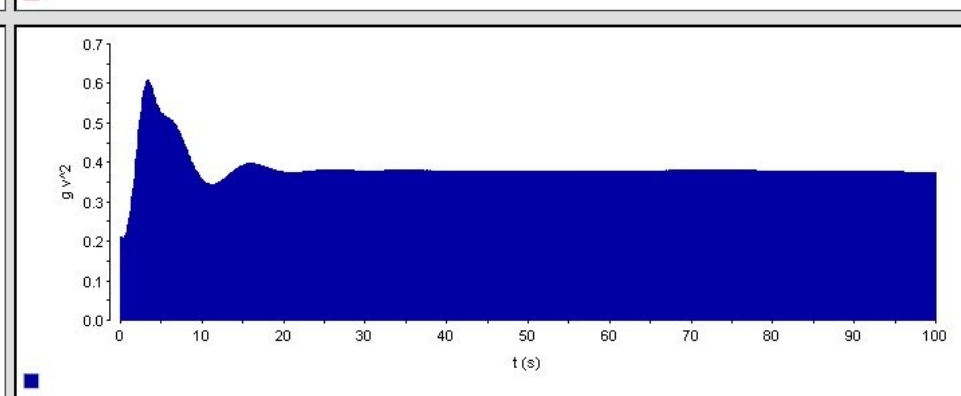
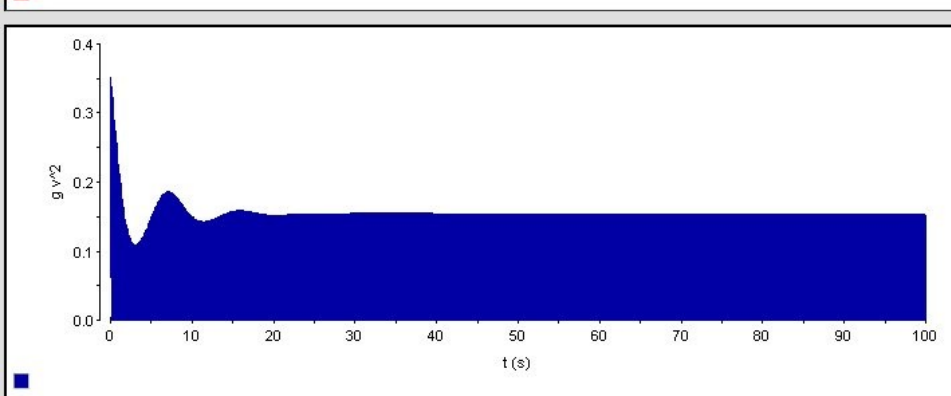
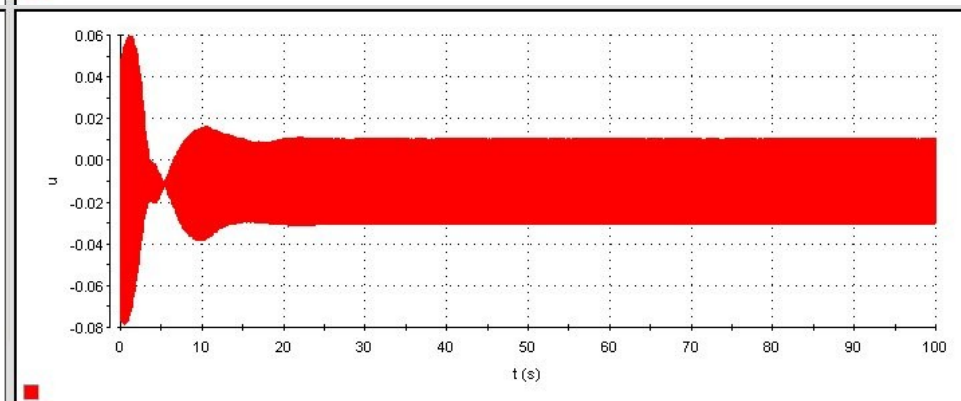
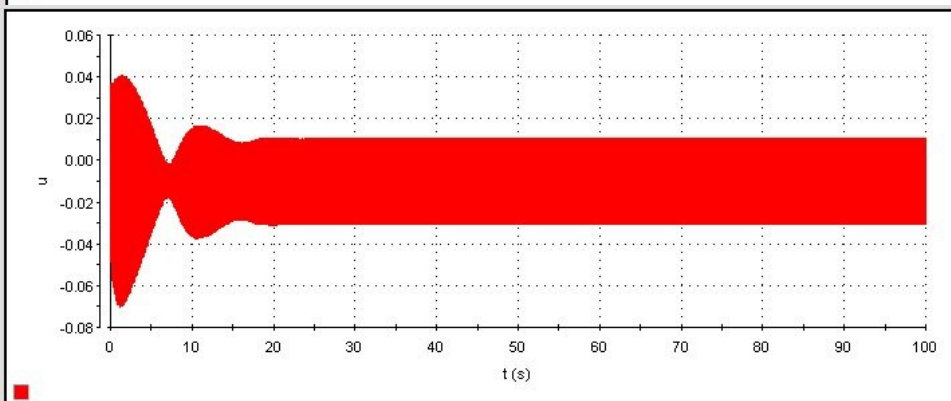
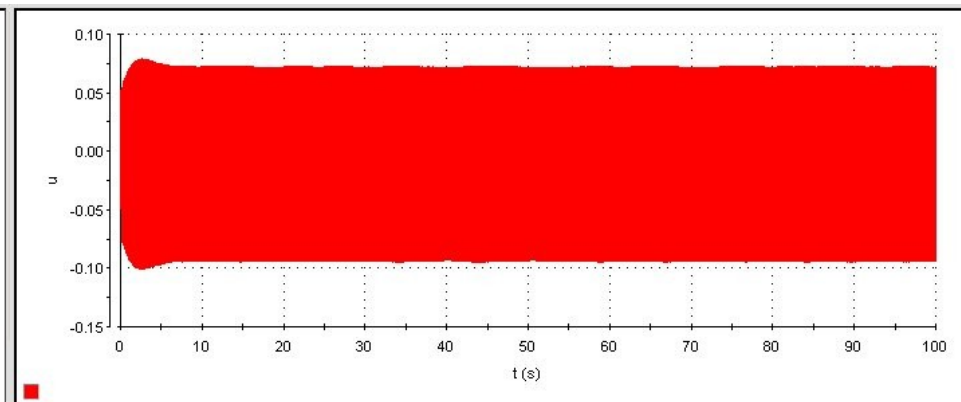
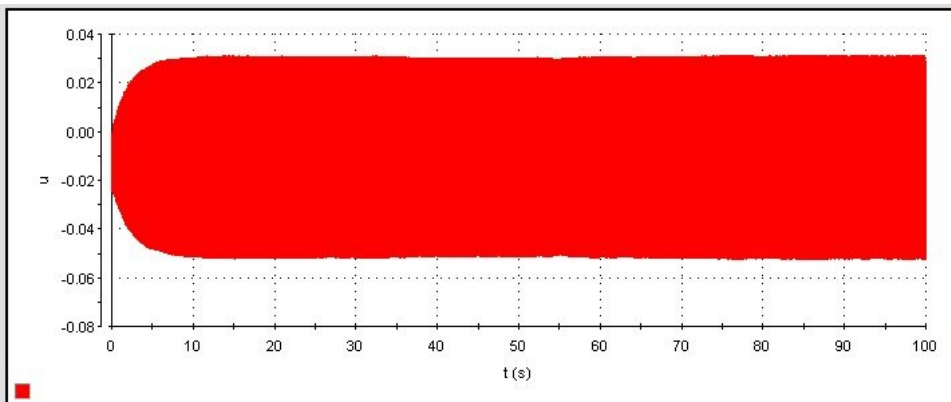
$$\bullet = 700; \square = 30$$



($\square = 500$; $\bar{z} = 30$)

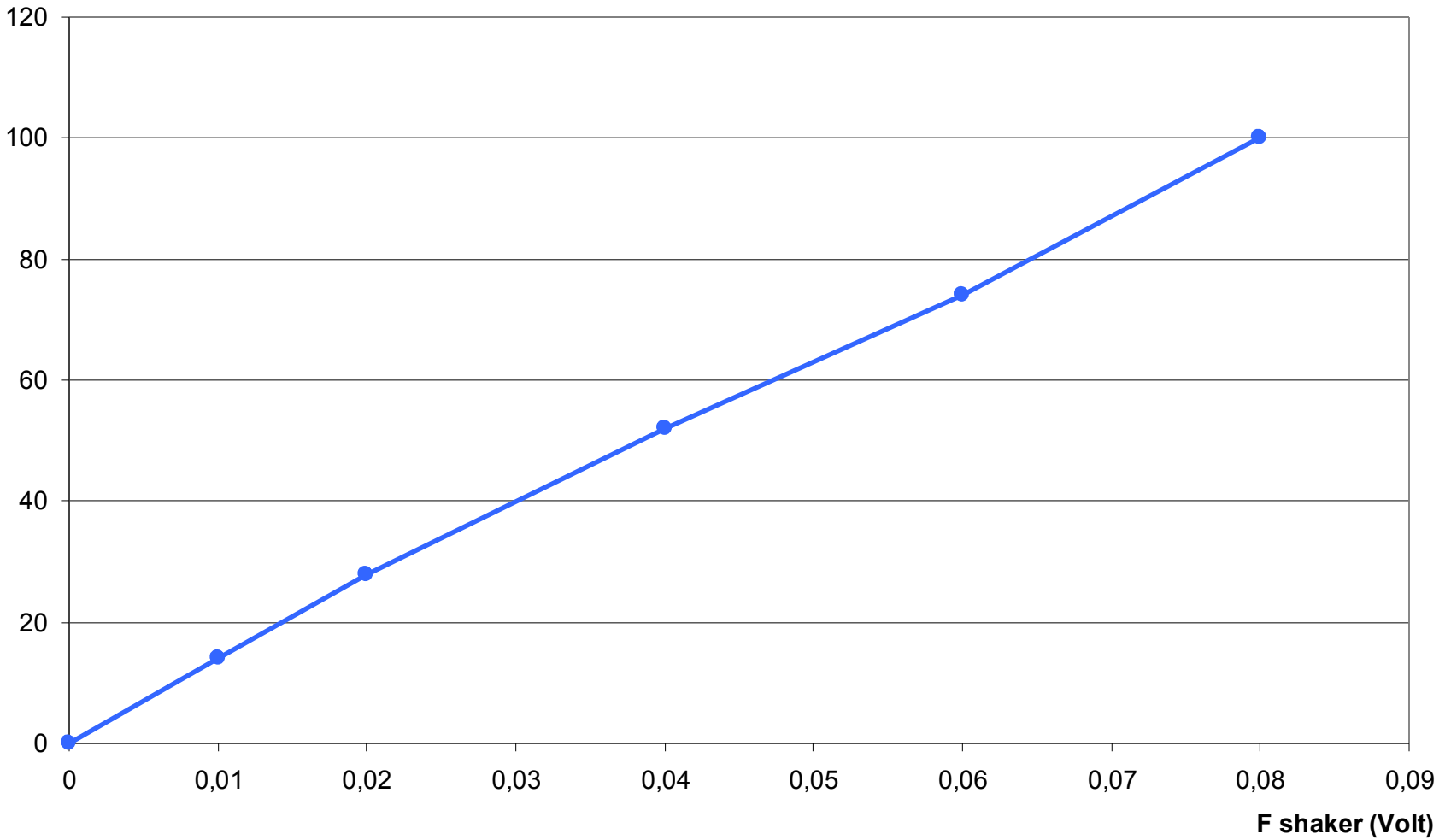
$F = 0.02$

$F = 0.06$



Forza shaker - Ampiezza del segnale $g Q^2$ dell'attuatore Piezoelettrico

$g Q^2$ (Volt)



CONCLUSIONI

- ◆ Nel sistema meccanico con due travi ad L la realizzazione di un sistema con frequenze in rapporto 2:1 ha richiesto una lunga fase di progettazione e di sperimentazione. Nei sistemi accoppiati meccano-elettrici realizzare un sistema dinamico con frequenze in rapporto 2:1 si effettua molto rapidamente variando semplicemente il valore dell'**Induttanza** o della **Capacità** del circuito RLC.
- ◆ Nei sistemi meccanici è molto difficile variare il parametro di smorzamento mentre utilizzando un sistema meccano-elettrico è possibile cambiare lo smorzamento del sistema accoppiato semplicemente cambiando la **Resistenza** circuito elettrico RLC.
- ◆ La possibilità di interagire con **SIMULINK** lavorando inizialmente solo con il modello e poi sostituendo una parte di esso con la struttura utilizzando la scheda della **dSPACE**, consente una più rapida realizzazione di un progetto.

