

Equazione della linea elastica 2

```
Off[General::spell1]
```

Campo di spostamento tratto AB (soluzione di EI $v^{IV}(x) = -p$, carico verso il basso)

$$v1[x_] = c[1] + c[2] x + c[3] x^2 + c[4] x^3 - \frac{p x^4}{24 EI}$$

$$- \frac{p x^4}{24 EI} + c[1] + x c[2] + x^2 c[3] + x^3 c[4]$$

Campo di spostamento tratto BC (soluzione di EI $v^{IV}(x) = -\frac{p}{l} x$)

$$v2[x_] = c[5] + c[6] x + c[7] x^2 + c[8] x^3 - \frac{p x^5}{120 l EI}$$

$$- \frac{p x^5}{120 l EI} + c[5] + x c[6] + x^2 c[7] + x^3 c[8]$$

Condizioni al contorno in A

$$\text{cond}[1] = v1[0]$$

$$c[1]$$

$$\text{cond}[2] = v1'[x] /. x \rightarrow 0$$

$$c[2]$$

Condizioni al contorno in C

$$\text{cond}[3] = v2'[x] /. x \rightarrow 1$$

$$- \frac{l^3 p}{24 EI} + c[6] + 2 l c[7] + 3 l^2 c[8]$$

$$\text{cond}[4] = (-EI v2'''[x] /. x \rightarrow 1)$$

$$- EI \left(- \frac{l p}{2 EI} + 6 c[8] \right)$$

Condizioni al contorno in B

$$\text{cond}[5] = (v1[x] /. x \rightarrow 1) - (v2[x] /. x \rightarrow 0)$$

$$- \frac{l^4 p}{24 EI} + c[1] + l c[2] + l^2 c[3] + l^3 c[4] - c[5]$$

$$\text{cond}[5] = v1[1] - v2[0]$$

$$- \frac{l^4 p}{24 EI} + c[1] + l c[2] + l^2 c[3] + l^3 c[4] - c[5]$$

$$\text{cond}[6] = EI v1''[x] /. x \rightarrow 1$$

$$EI \left(- \frac{l^2 p}{2 EI} + 2 c[3] + 6 l c[4] \right)$$

$$\text{cond}[7] = EI v2''[x] /. x \rightarrow 0$$

$$2 EI c[7]$$

$$\begin{aligned} \text{cond}[8] = & (-EI v1'''[x] /. x \rightarrow l) - (-EI v2'''[x] /. x \rightarrow 0) - F \\ & - F - EI \left(-\frac{l^3 p}{EI} + 6 c[4] \right) + 6 EI c[8] \end{aligned}$$

Sistema delle condizioni al contorno

$$\begin{aligned} \text{sistema} = \text{Table}[\text{cond}[i] == 0, \{i, 1, 8\}] \\ \left\{ c[1] == 0, c[2] == 0, -\frac{l^3 p}{24 EI} + c[6] + 2 l c[7] + 3 l^2 c[8] == 0, \right. \\ -EI \left(-\frac{l^3 p}{24 EI} + 6 c[8] \right) == 0, -\frac{l^4 p}{24 EI} + c[1] + l c[2] + l^2 c[3] + l^3 c[4] - c[5] == 0, \\ EI \left(-\frac{l^2 p}{2 EI} + 2 c[3] + 6 l c[4] \right) == 0, 2 EI c[7] == 0, -F - EI \left(-\frac{l^3 p}{EI} + 6 c[4] \right) + 6 EI c[8] == 0 \} \\ \text{incognite} = \text{Table}[c[i], \{i, 1, 8\}] \\ \{c[1], c[2], c[3], c[4], c[5], c[6], c[7], c[8]\} \end{aligned}$$

Risoluzione del sistema algebrico delle condizioni al contorno

$$\begin{aligned} \text{soluz} = \text{Flatten}[\text{Solve}[\text{sistema}, \text{incognite}]] \\ \left\{ c[5] \rightarrow -\frac{-8 F l^3 + 7 l^4 p}{24 EI}, c[6] \rightarrow -\frac{5 l^3 p}{24 EI}, c[1] \rightarrow 0, c[2] \rightarrow 0, \right. \\ c[3] \rightarrow -\frac{-F l + l^2 p}{2 EI}, c[7] \rightarrow 0, c[4] \rightarrow -\frac{2 F - 3 l p}{12 EI}, c[8] \rightarrow \frac{l p}{12 EI} \} \end{aligned}$$

Sostituzione, nel campo di spostamento, delle costanti arbitrarie calcolate dalle condizioni al contorno

$$\begin{aligned} v1[x] /. \text{soluz} \\ -\frac{(-F l + l^2 p) x^2}{2 EI} - \frac{(2 F - 3 l p) x^3}{12 EI} - \frac{p x^4}{24 EI} \\ v2[x] /. \text{soluz} \\ -\frac{-8 F l^3 + 7 l^4 p}{24 EI} - \frac{5 l^3 p x}{24 EI} + \frac{l p x^3}{12 EI} - \frac{p x^5}{120 EI l} \end{aligned}$$

Valori numerici (unità di misura: m, KN)

$$EI_n = 64000$$

$$64000$$

$$Fn = 50$$

$$50$$

$$pn = 50$$

$$50$$

$$ln = 5$$

$$5$$

Grafico del campo di spostamento

```

plv1 = Block[{EI = EIn, l = ln, F = Fn, p = pn}, Plot[Evaluate[v1[x] /. soluz], {x, 0, 1},
PlotRange -> {-0.5, 0}, Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "v1(x)"}, PlotStyle -> Thick]];
plv2 = Block[{EI = EIn, l = ln, F = Fn, p = pn}, Plot[Evaluate[v2[x] /. soluz], {x, 0, 1},
PlotRange -> {-0.5, 0}, Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "v2(x)"}, PlotStyle -> Thick]];
Show[GraphicsRow[{plv1, plv2}]]

```

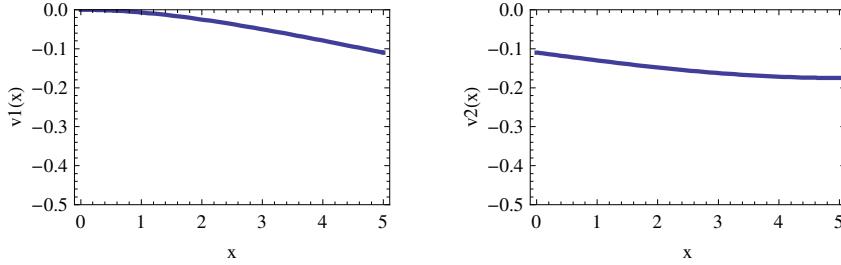


Grafico del campo di rotazione

```

plf1 = Block[{EI = EIn, l = ln, F = Fn, p = pn}, Plot[Evaluate[v1'[x] /. soluz], {x, 0, 1},
PlotRange -> {-0.1, 0}, Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "\u03c61(x)"}, PlotStyle -> Thick]];
plf2 = Block[{EI = EIn, l = ln, F = Fn, p = pn}, Plot[Evaluate[v2'[x] /. soluz], {x, 0, 1},
PlotRange -> {-0.1, 0}, Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "\u03c62(x)"}, PlotStyle -> Thick]];
Show[GraphicsRow[{plf1, plf2}]]

```

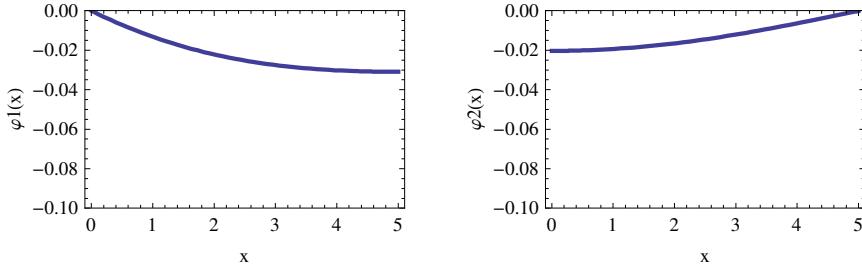


Grafico del momento (andrebbe disegnato con il segno contrario: dove è negativo va di sopra, dove è positivo di sotto!)

```

plm1 = Block[{EI = EIn, l = ln, F = Fn, p = pn},
Plot[Evaluate[EI v1''[x] /. soluz], {x, 0, 1}, PlotRange -> {-1000, 1000},
Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "M1(x)"}, PlotStyle -> Thick]];
plm2 = Block[{EI = EIn, l = ln, F = Fn, p = pn},
Plot[Evaluate[EI v2''[x] /. soluz], {x, 0, 1}, PlotRange -> {-1000, 1000},
Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "M2(x)"}, PlotStyle -> Thick]];
Show[GraphicsRow[{plm1, plm2}]]

```

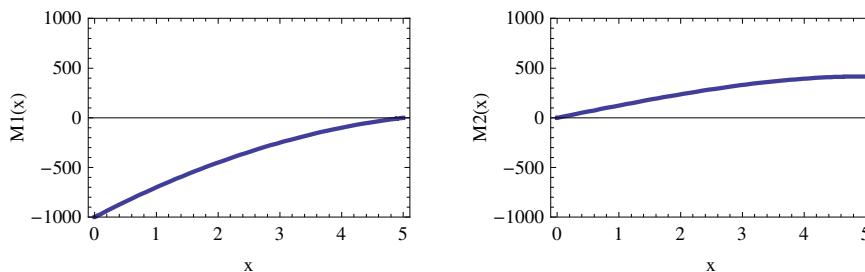


Grafico del taglio

```
plt1 = Block[{EI = EIIn, l = ln, F = Fn, p = pn},
  Plot[Evaluate[-EI v1'''[x] /. soluz], {x, 0, 1}, PlotRange -> {-400, 0},
  Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "T1(x)"}, PlotStyle -> Thick]];

plt2 = Block[{EI = EIIn, l = ln, F = Fn, p = pn},
  Plot[Evaluate[-EI v2'''[x] /. soluz], {x, 0, 1}, PlotRange -> {-400, 0},
  Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "T2(x)"}, PlotStyle -> Thick]];

Show[GraphicsRow[{plt1, plt2}]]
```

